

CONDENSATION EN FILM LIQUIDE SUR UNE SURFACE VERTICALE BORDANT UN MILIEU POREUX EPAIS ANISOTROPE EN PERMEABILITE

SANYA S. A.O.^{1*}, AKOWANOU C.¹, DEGAN G.¹

1- Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Appliquées (LEMA)
Ecole Polytechnique d'Abomey Calavi/ Université d'Abomey Calavi,
01 BP. 2009 Cotonou (Bénin),

(*) Auteur correspondant : E-mail : precisart5@yahoo.fr

(Reçu le 12 Décembre 2013 ; Révisé le 10 Avril 2014 ; Accepté le 24 Avril 2014)

RESUME

La condensation en film laminaire sur une surface verticale, bordant un milieu poreux épais anisotrope saturé par une vapeur pure, est étudiée analytiquement en utilisant le modèle de Darcy-Brinkman. Cette étude vise l'obtention d'informations nécessaires à la caractérisation et à la précision de la dynamique des phénomènes de condensation en vue de rechercher, pour un silo de grains alimentaires, les humidités maximums à recommander selon les produits et les zones climatiques. Les approximations de couches limites dans la région du film liquide permettent de déduire des solutions analytiques montrant l'effet de la perméabilité du milieu poreux et de l'angle d'inclinaison des axes principaux sur l'épaisseur du film liquide, le débit massique du film liquide et le flux de chaleur surfacique à la paroi. Le nombre de Nusselt obtenu dépend de la racine carrée du nombre de Rayleigh et de l'épaisseur adimensionnelle du film. Cette dernière est une fonction de la constante α d'anisotropie en perméabilité et du paramètre adimensionnel Ja lié au sous-refroidissement de la paroi. Les conclusions de Cheng (1981) pour un dièdre en milieu poreux isotrope se déduisent aisément en considérant égal à un (01) le rapport des coefficients d'anisotropie en perméabilité.

Mots clés : Condensation, film liquide, milieu poreux anisotrope.

ABSTRACT

The steady film condensation on a vertical plate edging a thick anisotropic porous medium filled with pure saturated vapour is studied analytically by using the Darcy-Brinkman flow model. This study aims to obtain the necessary information for the characterization and the precision of the dynamics of the condensation phenomenon in order to search for the maximum humidity to recommend according to the agroalimentary products and the climatic zones. Within the boundary layer approximations in the liquid film, the analytical solutions obtained show the effect of the permeability porous medium and inclination of the principal axes on the liquid film thickness, liquid mass flow rate and surface heat transfer rate. The obtained Nusselt number depends on the square root of the Rayleigh number and the dimensionless film thickness. The latter is found to be a function of the anisotropic permeability constant α and the dimensionless parameter Ja related to the degree of the wall subcooling. The conclusions found by Cheng (1981) for a wedge in isotropic porous medium can be easily deduced by considering the anisotropic permeability ratio equal to one.

Key words: Condensation, liquid film, anisotropic porous medium.

INTRODUCTION

L'étude des phénomènes de condensation est devenue un thème fondamental dans le domaine des écoulements diphasiques et des transferts de chaleur et de masse (Merouani L., 2011). La condensation de vapeur conduit à l'apparition d'une phase liquide en écoulement accompagnée d'un important dégagement de chaleur et intervient dans de nombreux domaines de l'industrie tels que les machines frigorifiques et pompes à chaleur, les installations thermiques à vapeur, les échangeurs thermiques et les systèmes de distillation dans les installations de dessalement d'eau de mer. Le mode de condensation en film est le plus couramment rencontré dans les installations industrielles et fait l'objet d'un grand nombre de travaux de recherche. Ces travaux ont souvent porté sur le modèle de Darcy qui suppose une proportionnalité entre la vitesse du fluide et le gradient de pression pour décrire l'écoulement du fluide dans le milieu poreux, en régime permanent comme en régime transitoire [(Cheng P., 1981), (Chui C. Y. and *al.*, 1983), (Cheng P. and Chui D. K., 1984), (Nakayama A. and Koyama H., 1987)]. Toutefois, le modèle de Darcy est inapproprié pour les analyses lorsque le nombre de Rayleigh devient élevé (Ebinuma C. D. and Nakayama A., 1990). D'autres modèles font maintenant l'objet de nombreuses recherches effectuées en convection naturelle en milieux poreux [(Plumb O. A. and Huenefeld J. C., 1981), (Bejan A. and Poulikakos D., 1984), (Ingham D. B., 1986), (Nakayama A., 1989)]. Al-Nimr et Alkam (1997) ont entrepris des investigations sur le problème de la condensation en film liquide, en régime permanent, sur une surface verticale recouverte d'un milieu poreux isotrope, en négligeant les termes microscopiques d'inertie dans le modèle adopté donnant ainsi lieu au modèle de Darcy-Brinkman pour leur analyse. Leurs travaux aboutissent à des solutions analytiques pour l'épaisseur du film liquide, le débit massique et le coefficient de transfert de chaleur par convection. Cependant, tous les travaux des auteurs sur les problèmes de condensation ne tiennent pas compte de l'effet de l'anisotropie

du milieu poreux, malgré son évidence dans la nature et dans les applications industrielles. Selon Neale (1977), l'anisotropie en perméabilité dans les milieux poreux a une plus forte incidence en pratique que celle en diffusivité thermique.

Le présent article s'intéresse à la condensation en film liquide laminaire sur la surface intérieure de la paroi des silos, métalliques ou en béton, de conservation de grains alimentaires. L'objectif est d'étudier l'influence des paramètres d'anisotropie en perméabilité du milieu poreux épais considéré sur l'épaisseur et le débit massique du film liquide formé le long de la surface verticale étudiée, ainsi que sur le flux de chaleur surfacique transmis à la paroi. L'étude est menée en résolvant analytiquement, sur la base d'hypothèses simplificatrices, l'équation de Darcy-Brinkman modifiée par la prise en compte du tenseur d'anisotropie en perméabilité (Degan G. et *al.*, 1995).

NOMENCLATURE

| | |
|------------|--|
| a, b, c | Constantes d'anisotropie en perméabilité, équations (3a, b, c) |
| B | Profondeur de la surface verticale dans la direction de l'axe z (m) |
| C_p | Chaleur massique isobare du fluide ($J.kg^{-1}.K^{-1}$) |
| g | Accélération de la pesanteur ($m.s^{-2}$) |
| h_{Lv} | Chaleur latente massique de condensation ($J.kg^{-1}$) |
| h_x | Coefficient local de transfert de chaleur par convection ($W.m^{-2}.K^{-1}$) |
| \bar{K} | Tenseur d'anisotropie en perméabilité, équation (2) |
| K_1, K_2 | Coefficients d'anisotropie en perméabilité liés aux axes de coordonnées respectives x, y (m^2) |
| K^* | Rapport des coefficients d'anisotropie en perméabilité, équation (3d) |
| $k_{L,e}$ | Conductivité thermique du film liquide en milieu poreux ($W.m^{-1}.K^{-1}$) |
| L | Hauteur de la surface verticale (m) |
| T | Température (K) |
| V | Vitesse du fluide ($m.s^{-1}$) |
| u_L, v_L | Composantes de la vitesse suivant les directions respectives x, y ($m.s^{-1}$) |
| p | Pression (Pa) |
| x, y, z | Axes de coordonnées cartésiennes (m) |

Condensation en film liquide sur une surface verticale bordant un milieu poreux épais anisotrope en perméabilité.

Lettres grecques

| | |
|---------------|---|
| α_L | Diffusivité thermique du liquide en milieu poreux ($m^2 \cdot s^{-1}$) |
| δ_L | Épaisseur du film liquide (m) |
| ε | Porosité du milieu |
| μ | Viscosité dynamique ($kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$) |
| Γ | Débit massique du film liquide par unité de longueur ($kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$) |
| ψ_L | Fonction du courant ($m^2 \cdot s^{-1}$) |
| ρ | Masse volumique du fluide ($kg \cdot m^{-3}$) |
| θ | Angle d'inclinaison des axes principaux d'écoulement du fluide ($^\circ$) |

Indices – exposants

| | |
|-----|---|
| * | Grandeur adimensionnelle |
| e | Effective (milieu poreux) |
| L | Liquide |
| s | Saturation |
| v | Vapeur |
| w | Face intérieure de la paroi verticale du silo |

Paramètres adimensionnels

| | |
|--------|--------------------------|
| Da | Nombre de Darcy |
| Ja | Nombre de Jakob |
| Nu_x | Nombre de Nusselt local |
| Ra_L | Nombre de Rayleigh |
| Ra_x | Nombre de Rayleigh local |

FORMULATION MATHÉMATIQUE

Le modèle physique adopté est une plaque plane verticale d'épaisseur faible représentant la paroi verticale d'un silo de conservation de grains alimentaires (Figure 1).

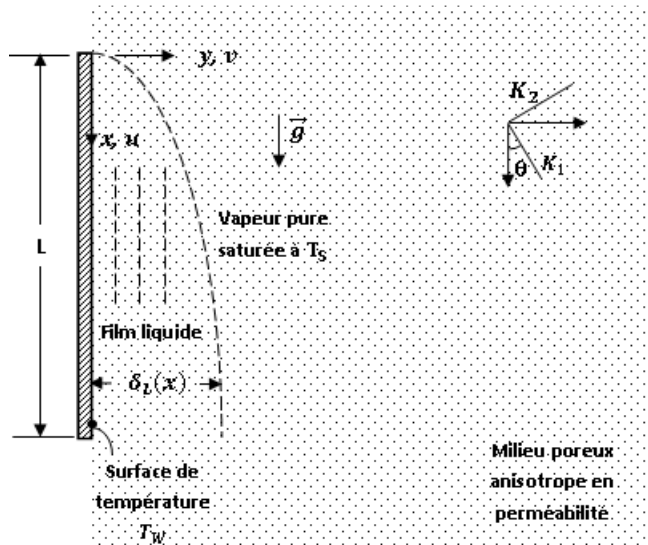


Figure 1 : Modèle physique et système d'axes.

Cette plaque, de hauteur L et de température de surface intérieure T_W , est en contact direct avec des grains alimentaires qui forment le milieu poreux épais anisotrope, de perméabilités K_1 et K_2 et de porosité supposée constante ε , dans lequel s'écoule une vapeur pure saturée de

température de saturation T_S supérieure à la température de surface T_W . Lors de l'écoulement de la vapeur dans le milieu poreux, il se produit une condensation de la vapeur sur la paroi conduisant à l'apparition d'un film mince liquide au voisinage de la

surface intérieure de la plaque verticale. Par conséquent, on note la présence de deux zones : le milieu poreux saturé par le film liquide ruisselant sur la paroi et la vapeur saturante dans le reste de l'espace poreux anisotrope. Le film liquide, d'épaisseur δ_L formée, est soumis à l'action des forces de pesanteur et de pression. L'existence d'une zone diphasique entre le film liquide et la région de la vapeur n'est pas prise en compte, puisqu'il est bien connu que pour les courants dominés par les forces de pesanteur, la région diphasique est pratiquement absente (Bautistar O. et al., 2006).

Pour l'analyse du problème, les mêmes hypothèses simplificatrices suivantes que celles de Al-Nimr et Alkam (1997) sont adoptées tout en supposant négligeables les termes macroscopique et microscopique d'inertie d'après les résultats de Kaviany (1995) ainsi que la chaleur de sous-refroidissement du film liquide et la variation d'enthalpie associée :

(i) L'écoulement du film liquide dans le milieu poreux est laminaire et les propriétés physiques du film sont constantes.

(ii) La vapeur est pure, saturée et isotherme de température uniforme T_S .

(iii) La température de la surface verticale T_W est uniforme et maintenue inférieure à la température de condensation de la vapeur pure saturée.

(iv) Les parties liquide et solide du milieu poreux sont localement en équilibre thermique.

(v) Les contraintes de cisaillement à l'interface liquide-vapeur sont supposées négligeables ($\frac{\partial u_L(\delta_L)}{\partial y} = 0$).

(vi) Les termes d'advection sont supposés négligeables dans les équations de quantité de mouvement et d'énergie du film liquide. Cela implique que le transfert de chaleur s'effectue uniquement par conduction dans le film liquide. Par conséquent la distribution de température dans le film liquide est linéaire.

(vii) Les notions de Volume Élémentaire Représentatif et de couche limite restent valables, pour le milieu poreux anisotrope en perméabilité, dans l'équation de quantité de mouvement du film liquide.

Sous les hypothèses ci-dessus mentionnées, il vient l'équation gouvernante du film liquide,

sous forme compacte, suivante :

$$-\vec{\nabla}P + \rho_L \vec{g} - \mu_L (\bar{K})^{-1} \vec{V} + \mu_{L,e} \nabla^2 \vec{V} = 0 \quad (1)$$

Où :

$$(\bar{K})^{-1} = \frac{1}{K_1} \begin{bmatrix} a & -c \\ -c & b \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$a = \cos^2 \theta + K^* \sin^2 \theta \quad (3a)$$

$$b = K^* \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \quad (3b)$$

$$c = \frac{1}{2} (K^* - 1) \sin 2\theta \quad (3c)$$

$$K^* = \frac{K_1}{K_2} \quad (3d)$$

L'écriture, sous primitive, de l'équation (1) revient alors à l'équation combinée (4) :

$$\begin{aligned} (\rho_L - \rho_v)g - \frac{\mu_L}{K_1} \left[\left(a - c \frac{dy}{dx} \right) u_L + \left(b \frac{dy}{dx} - c \right) v_L \right] \\ + \mu_{L,e} \left[\frac{\partial^2 u_L}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_L}{\partial y^2} \frac{dy}{dx} + \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 v_L}{\partial x^2} \frac{dy}{dx} \right] = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

Cette expression (4) est obtenue en substituant, dans l'équation (1), les termes de pressions par leur relation (5) :

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \frac{dy}{dx} = \rho_v g \quad (5)$$

Les conditions aux limites hydrodynamiques associées à l'équation (4) se résument comme suit :

$$u_L(0) = 0 \text{ et } \frac{\partial u_L(\delta_L)}{\partial y} = 0 \quad (6a, b)$$

ANALYSE D'ECHELLE

En régime couche limite, l'écoulement laminaire du liquide le long de la surface verticale est réduit à une couche mince d'épaisseur δ_L .

La formulation des hypothèses de couche limite impose à l'équation de quantité de

mouvement (4) de satisfaire les conditions ci-après :

$$au_L \gg c \frac{dy}{dx} u_L \quad (7)$$

$$au_L \gg b \frac{dy}{dx} v_L \quad (8)$$

$$au_L \gg cv_L \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 u_L}{\partial x^2} \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 v_L}{\partial y^2} \frac{dy}{dx} \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 v_L}{\partial x^2} \frac{dy}{dx} \quad (12)$$

On déduit alors, sous ces conditions (7) à (12), l'équation de quantité de mouvement (13) pour le film liquide :

$$\frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} - a \frac{\mu_L}{\mu_{L,e} K_1} u_L = \frac{g}{\mu_{L,e}} (\rho_v - \rho_L) \quad (13)$$

En se référant aux considérations faites par Bejan (1984) et en désignant par L et δ_L respectivement les ordres de grandeurs sur les axes x et y , dans la région de couche limite liquide ($\delta_L \ll L$), l'équation (13) obéit aux ordres de grandeurs suivants :

$$\frac{u_L}{\delta_L^2}, a \frac{\mu_L}{\mu_{L,e} K_1} u_L \sim \frac{g}{\mu_{L,e}} (\rho_v - \rho_L) \quad (14)$$

De même l'équation de conservation de la masse dans le film liquide permet de déduire la relation (15) :

$$\frac{u_L}{L} \sim \frac{v_L}{\delta_L} \quad (15)$$

Les ordres de grandeurs obtenus des équations (14) et (15) permettent de déterminer ceux de l'épaisseur δ_L du film liquide et des vitesses u_L et v_L respectivement dans les directions x et y :

$$\delta_L \sim L \varepsilon^{-1/2} a^{-1/2} D a^{1/2} \quad (16)$$

$$u_L \sim \frac{\alpha_L}{L} a^{-1} R a_L \quad (17)$$

$$v_L \sim \frac{\alpha_L}{L} \varepsilon^{-1/2} a^{-3/2} D a^{1/2} R a_L \quad (18)$$

Avec les nombres adimensionnels suivants:

$$Da = \frac{K_1}{L^2} \quad (19)$$

$$Ra_L = \frac{K_1 g L}{\mu_L \alpha_L} (\rho_L - \rho_v) \quad (20)$$

$$\varepsilon = \frac{\mu_L}{\mu_{L,e}} \quad (21)$$

La fonction de courant ψ_L est considérée, dans la région du film liquide telle que l'équation de continuité soit vérifiée :

$$u_L = \frac{\partial \psi_L}{\partial y} \quad \text{et} \quad v_L = -\frac{\partial \psi_L}{\partial x} \quad (22a, b)$$

Il vient, pour la fonction de courant ψ_L , l'ordre de grandeur qui suit :

$$\psi_L \sim \alpha_L \varepsilon^{-1/2} a^{-3/2} D a^{1/2} R a_L \quad (23)$$

Les approximations et hypothèses de couche limite ne sont valables dans la région du film liquide, bordant la surface verticale où $\delta_L \ll L$, c'est-à-dire $\varepsilon D a^{-1} \gg a$, que si les deux (02) conditions suivantes issues des relations (7) à (12) sont satisfaites :

$$b \ll \varepsilon D a^{-1} \quad (24)$$

$$c \ll a^{3/2} (\varepsilon D a^{-1})^{1/2} \quad (25)$$

RESOLUTION

La résolution de l'équation (13) du film liquide permet la détermination du profil de vitesse, du débit massique et de l'épaisseur du film liquide, ainsi que du coefficient local de convection thermique entre le film liquide et la surface verticale.

Ainsi l'équation (13) revient à celle (26) dont

la solution est obtenue de façon analogue à celle de Al-Nimr et Alkam (1997) :

$$\frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} - Au_L = -C \quad (26)$$

Avec les constantes A et C telles que :

$$A = a \frac{\mu_L}{\mu_{L,e} K_1} \text{ et } C = \frac{g}{\mu_{L,e}} (\rho_L - \rho_v) \quad (27a, b)$$

La résolution de l'équation (26) donne l'expression de u_L :

$$u_L = \frac{c \sinh(\sqrt{A}\delta_L)}{A \cosh(\sqrt{A}\delta_L)} \sinh(\sqrt{A}y) - \frac{c}{A} \cosh(\sqrt{A}y) + \frac{c}{A} \quad (28)$$

Dans le cas isotrope où $K^* = 1$, c'est-à-dire $a = 1$, l'équation (28) se ramène à celle obtenue par Al-Nimr et Alkam (1997) lorsque les termes microscopiques d'inertie sont négligeables.

Le débit massique du film liquide formé le long de la surface verticale par unité de profondeur, dans la direction de l'axe z , désigné par $\Gamma(x)$ peut être déterminé par la relation (29) :

$$\Gamma(x) = \frac{\dot{m}(x)}{B} = \int_0^{\delta(x)} \rho_L u(y) dy \quad (29)$$

Où B désigne la profondeur de la surface verticale dans la direction de l'axe z .

Les équations (28) et (29) permettent d'obtenir le débit massique $\Gamma(x)$ en (30a) et sous forme adimensionnelle en (30b) :

$$\Gamma(x) = -\frac{\rho_L C \sinh(\sqrt{A}\delta_L)}{A^{3/2} \cosh(\sqrt{A}\delta_L)} + \frac{\rho_L C \delta_L}{A} \quad (30a)$$

$$\frac{\Gamma(x)}{\rho_L \alpha_L Ra_x \delta_L} \frac{x}{\delta_L} = -\frac{1}{a^{3/2} \left(\frac{\varepsilon}{K_1}\right)^{1/2} \delta_L} \tanh\left(a^{1/2} \left(\frac{\varepsilon}{K_1}\right)^{1/2} \delta_L\right) + 1 \quad (30b)$$

Le bilan d'énergie (31) est formulé dans la région du film liquide en considérant que le

taux d'énergie due à la condensation à l'interface vapeur-liquide est égal au taux d'énergie transmise par conduction entre le film liquide et la surface verticale. Cette formulation rend possible la détermination de l'épaisseur δ_L du film liquide.

$$h_{Lv} \frac{d\dot{m}}{dx} = Bq_W'' = B \frac{k_{L,e}(T_S - T_W)}{\delta_L} \quad (31)$$

Des équations (29) et (31), on déduit la relation (32) :

$$\frac{d\Gamma(x)}{dx} = \frac{k_{L,e}(T_S - T_W)}{\delta_L h_{Lv}} \quad (32)$$

En considérant la relation (30a) dans le développement de l'expression (32), on aboutit à l'équation (33) :

$$\rho_L \frac{C}{A} \delta_L \frac{d\delta_L}{dx} \tanh^2(\sqrt{A}\delta_L) = \frac{k_{L,e}(T_S - T_W)}{h_{Lv}} \quad (33)$$

L'intégration de cette équation (33) entre l'origine $x = 0$, où $\delta_L = 0$, et n'importe quelle autre position arbitraire x , où $\delta_L = \delta_L(x)$, donne :

$$\frac{\delta_L^2}{2A} - \frac{\delta_L}{A^{3/2}} \tanh(\sqrt{A}\delta_L) + \frac{1}{A^2} \ln(\cosh(\sqrt{A}\delta_L)) = \frac{k_{L,e}(T_S - T_W)}{\rho_L h_{Lv} C} x \quad (34)$$

Dans le cas de notre étude où le milieu poreux est épais ($K_1 \rightarrow 0$), c'est-à-dire $\sqrt{A}\delta_L \gg 1$, l'expression (34) se résume à celle (35) :

$$\frac{\delta_L^2}{2A} = \frac{k_{L,e}(T_S - T_W)}{\rho_L h_{Lv} C} x \quad (35)$$

Autrement dit, on en déduit l'expression (36) dont l'écriture sous forme adimensionnelle est obtenue en (37) en tenant compte des équations (27a) et (27b) :

$$\delta_L = \left[2A \frac{k_{L,e}(T_S - T_W)}{\rho_L h_{Lv} C} x \right]^{1/2} \quad (36)$$

$$\frac{\delta_L}{x} \sqrt{Ra_x} = [2aJa]^{1/2} \quad (37)$$

Où les nombres adimensionnels ci-dessous désignent :

Condensation en film liquide sur une surface verticale bordant un milieu poreux épais anisotrope en perméabilité.

$$Ja = \frac{Cp_L(T_S - T_W)}{h_{Lv}} \quad (38a)$$

$$Ra_x = \frac{K_1 g x}{\mu_L \alpha_L} (\rho_L - \rho_v) \quad (38b)$$

Pour obtenir le coefficient local de convection thermique h_L , la même expression que celle de Al-Nimr et Alkam (1997) est adoptée :

$$h_L(x) = \frac{k_{L,e}}{\delta_L} \quad (39)$$

Le flux de chaleur surfacique est alors déduit des équations (36) et (39) et exprimé sous forme adimensionnelle en terme du nombre de Nusselt local :

$$Nu_x = \frac{h_L(x)}{k_{L,e}} x \quad (40)$$

Ou encore :

$$Nu_x = \left[\frac{Ra_x}{2aJa} \right]^{1/2} \quad (41)$$

Soit finalement :

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Ra_x}} = \left[\frac{1}{2aJa} \right]^{1/2} \quad (42)$$

RESULTATS ET DISCUSSION

Dans cette rubrique, les résultats obtenus du modèle de Darcy-Brinkman adopté dans le présent article sont comparés aux solutions de Cheng (1981) et de Lui (1983) basées sur le modèle de Darcy généralisé, dans le cas de l'écoulement du film liquide en régime permanent, ainsi qu'à celles de Ebinuma (1990) et de Masoud (2000) dont les travaux ont porté respectivement sur les modèles de Ergun (1952) et de Darcy-Brinkman, en régime transitoire.

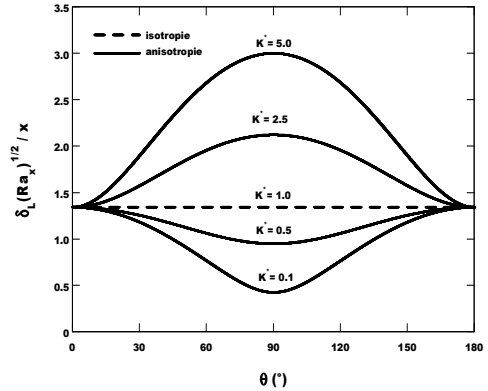


Figure 2: Effet de l'angle d'inclinaison des axes principaux d'écoulement sur l'épaisseur adimensionnelle du film liquide, $Ja = 0,9$.

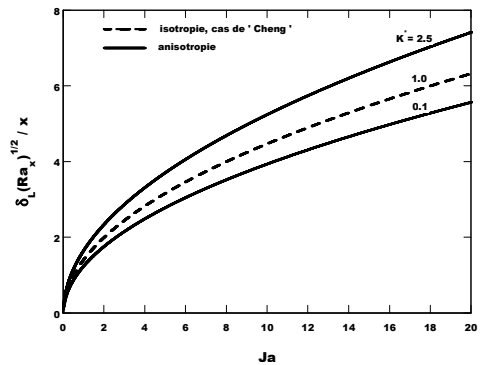


Figure 3: Variation de l'épaisseur adimensionnelle du film liquide en fonction du nombre de Jakob, $\theta = 30^\circ$.

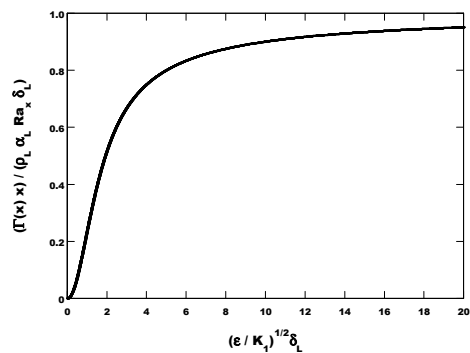


Figure 4 : Variation du débit massique du film liquide en fonction de son épaisseur, $K^* = 0,05$ et $\theta = 0$.

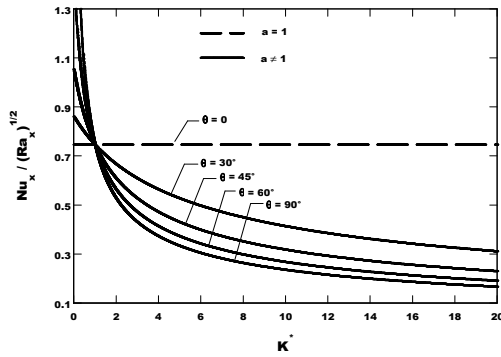


Figure 5: Effet du rapport des coefficients d'anisotropie en perméabilité sur le nombre de Nusselt en fonction de l'angle d'inclinaison, $Ja = 0,9$.

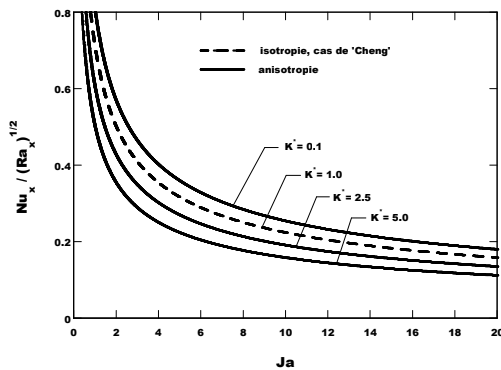


Figure 6: Variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Jakob, $\theta = 30^\circ$.

La figure 2 montre l'effet de l'angle θ d'inclinaison des axes principaux d'écoulement sur l'épaisseur adimensionnelle du film liquide pour $Ja = 0,9$. Cinq (05) valeurs du rapport des coefficients d'anisotropie en perméabilité $K^* = 0,1 ; 0,5 ; 1,0 ; 2,5$ et $5,0$ sont supposées. On constate que l'orientation de l'écoulement du fluide n'a aucune influence sur la formation de l'épaisseur du film liquide, dans le cas d'un milieu poreux isotrope où $K^* = 1,0$, en pointillés sur la figure 2. Ce qui confirme bien le caractère isotrope d'un milieu dans lequel il n'y a pas de direction préférentielle d'écoulement. Par contre, pour un milieu poreux anisotrope en perméabilité, on observe que l'accroissement de l'angle θ , de 0 à 90° , augmente cette même épaisseur du film liquide pour des valeurs de $K^* > 1$ et la diminue pour des valeurs de $K^* < 1$. Ce situation s'inverse

lorsque θ continue de s'accroître de 90° à 180° .

La figure 3 illustre la variation de l'épaisseur adimensionnelle du film liquide en fonction du nombre de Jakob caractérisant le degré de sous-refroidissement, pour un angle d'inclinaison θ de 30° . Trois (03) valeurs du rapport des coefficients d'anisotropie en perméabilité $K^* = 0,1 ; 1,0$ et $2,5$ sont considérées pour l'analyse. Les mêmes allures que celles obtenues par Cheng (1981) pour un milieu poreux isotrope obéissant à la loi de Darcy généralisée sont observées. Le cas où $K^* = 1,0$ est conforme aux résultats de Cheng (1981) lorsque l'épaisseur adimensionnelle du film liquide tend vers zéro. Liu (1983) confirme aussi ces résultats dans ses études portant sur l'effet du débit massique latéral sur la condensation en film en milieu poreux. De plus, cette épaisseur adimensionnelle décroît pour de faibles valeurs de K^* , confortant ainsi l'hypothèse de couche limite adoptée pour notre milieu poreux épais anisotrope.

La variation du débit massique du film liquide formé en fonction de l'épaisseur adimensionnelle, pour $K^* = 0,05$ et $\theta = 0$ est indiquée sur la figure 4. On montre aisément qu'en régime permanent le débit massique croît rapidement avec l'accroissement de l'épaisseur du film liquide. Ce résultat est déductible des travaux de Masoud (2000) pour un milieu poreux isotrope de faibles perméabilités où le paramètre temps peut être négligé dans la formule du débit massique du film liquide en régime transitoire.

La figure 5 montre l'effet du rapport des coefficients d'anisotropie en perméabilité sur le nombre de Nusselt pour $Ja = 0,9$, en fonction des angles d'inclinaison $\theta = 0, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ et 90° respectivement. Le cas où le paramètre d'anisotropie est égale à 1 ($a = 1$) est représenté en pointillés sur cette figure. On constate que l'augmentation de K^* entraîne une décroissance du nombre de Nusselt et ceci d'autant plus que l'angle d'inclinaison est important. Le phénomène contraire s'observe pour des valeurs de $K^* < 1$.

Condensation en film liquide sur une surface verticale bordant un milieu poreux épais anisotrope en perméabilité.

La variation du nombre de Nusselt est représentée sur la figure 6 en fonction du nombre de Jakob, pour $\theta = 30^\circ$. On remarque que le transfert de chaleur surfacique entre l'interface liquide-vapeur et la surface de la paroi verticale est décroissant pour de faibles sous-refroidissements de la paroi. Ceci est conforme au cas des petits sous-refroidissements de la paroi obtenu par Cheng (1981) avec le modèle de Darcy généralisé. La même conclusion peut être déduite, en régime permanent, des travaux de Ebinuma (1990) portant sur le modèle de Ergun en régime transitoire.

CONCLUSION

Les études de Al-Nimr et Alkam (1997) ont été étendues au cas de l'anisotropie en perméabilité d'un milieu poreux épais, en considérant le cas du modèle de Darcy-Brinkman. L'anisotropie en perméabilité du milieu poreux peut être, globalement, considérée au travers de deux (02) paramètres d'anisotropie à savoir le rapport des coefficients d'anisotropie en perméabilité K^* et l'angle d'inclinaison θ des axes principaux d'écoulement du fluide dans le milieu poreux par rapport aux axes de coordonnées

cartésiennes. Le cas $K^* = 1$ se ramène au milieu poreux isotrope où l'épaisseur adimensionnelle du film liquide et le nombre de Nusselt obtenus sont identiques à ceux de Cheng (1981) pour un dièdre à faibles sous-refroidissements à la paroi. De même, la formule du débit massique du film le long de la surface verticale est analogue à celle déduite des travaux de Masoud (2000) effectués en régime transitoire pour un milieu poreux isotrope à faibles perméabilités, en supposant un régime permanent. Lorsque θ croît de 0 à 90° , pour des valeurs de $K^* > 1$, l'épaisseur du film s'accroît tandis que le flux de chaleur surfacique à la paroi diminue. Le débit massique du film le long de la surface verticale se trouve ainsi accru. La situation s'inverse pour des valeurs de $K^* < 1$. Dès lors, on peut présupposer qu'une ventilation efficace, dans le silo de conservation de grains alimentaires, peut améliorer le transfert de chaleur par convection dans le milieu en affaiblissant ainsi l'épaisseur du film liquide dont la présence favorise les phénomènes de croûtage à la paroi du silo et le développement d'agents pathogènes (Cruz J. F. et al., 1988).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. AL-NIMR M. A. and ALKAM M., 1997. Film condensation on a vertical plate imbedded in a porous. *J. Appl. Energy*, 56(1), 47-57.
2. BAUTISTAR O., MENDEZ F., TAMAYO P., 2006. Conjugate heat transfer analysis of the film condensation on a vertical fin immersed in a porous medium. *Mecánica Computacional*, 25, 281-296.
3. BEJAN A. and POULIKAKOS D., 1984. The non-darcy regime for vertical boundary natural convection in a porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 27, 717 - 722.
4. BEJAN A., 1984. Convection Heat Transfer. *John Wiley & Sons*, 146-150.
5. CHENG P., 1981. Film condensation along an inclined surface in a porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 14, 983-990.
6. CHENG P. and CHUI D. K., 1984. Transient film condensation on a vertical surface in a porous medium. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 27, 795-798.
7. CHUI C. Y., ISMAIL K. A. R. and EBINUMA C. D., 1983. The effect of lateral mass flux on the film condensation in porous medium. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 10, 421-428.
7. CRUZ J. F., TROUDE F., GRIFFON D.,

- HERBERT J.P., 1988. Conservation des grains en régions chaudes. *Ministère de la coopération et du développement- CEEMAT*, 545.
8. DEGAN G., VASSEUR P. and BILGEN E., 1995. Convective heat transfer in a vertical anisotropic porous layer. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38(11), 1975-1985.
9. EBINUMA C. D. and NAKAYAMA A., 1990. Non-darcy transient and steady film condensation in a porous medium. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 17, 49-58.
10. ERGUN S., 1952. Fluid flow through packed columns. *Chem. Eng. Prog.*, 48-89.
11. INGHAM D. B., 1986a. The non-darcy free convection boundary layer on axi-symmetric and two dimensional bodies of arbitrary shape. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 29, 1759-1760.
12. KAVIANY M., 1995. Principles of heat transfer in porous media. *Springer verlag, New York*. 2nd edn, chapter 12, 603-675.
13. LIU C.Y., ISMAIL K.A.R. et EBINUMA C.D., 1983. The effect of lateral mass flux on the film condensation in porous medium. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 10, 421-428.
14. MASOUD S. A., AL-NIMR M. A. and ALKAM M. K., 2000. Transient film condensation on a vertical plate imbedded in porous medium. *Transport in Porous Media*, 40, 345-354.
15. MEROUANI L., 2011. Etude des transferts de chaleur et de masse lors de la condensation en film liquide. *Thèse de doctorat en Sciences. Université Mentouri-Constantine*. <http://www.umc.edu.dz/theses/gclim/MER5993.pdf>.
16. NAKAYAMA A. and KOYAMA H., 1987. Steady film condensation and boiling adjacent to a body of arbitrary shape in a porous medium. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 8, 145-148.
17. NAKAYAMA A., KOYAMA H. and KUWAHARA F., 1989. Similarity solution for non-darcy free convection from a non-isothermal curved surface in a fluid saturated porous medium. *J. Heat Transfer*, 111(3), 807-811.
18. NEALE G., 1977. Degree of Anisotropy for Fluid Flow and Diffusion (Electrical Conduction) Through Anisotropic Porous media. *AICHE J.*, 23, 56-62.
19. PLUMB O. A. and HUENEFELD J. C., 1981. Non-darcy natural convection from heated surfaces in saturated porous media. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 24, 765-768.