

**STABILITE NON-LINEAIRE EN REGIME ROTATIF TRANSITOIRE
DU PROCESSUS THERMO-CONVECTIF DE LA CUISSON DU GARI,
DENREE ALIMENTAIRE A BASE DE TUBERCULES DE MANIOC.**

**NON-LINEAR STABILITY FOR THE ROTATION TRANSIENT REGIME OF
THE THERMOCONVECTIVE PROCESSUS OF THE COOKING OF THE
GARI, FOOD COMMODITY ON BASIS OF CASSAVA TUBERS.**

DEGAN G. *, VODOUNNOU E. C.

Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Appliquées (LEMA)
Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi/Université d'Abomey-Calavi,
01 BP 2009 Cotonou (Bénin).

Auteur correspondant : E-mail : ger_degan@yahoo.fr

(Reçu le 22 Août 2014 ; Révisé le 15 Novembre 2014 ; Accepté le 25 Novembre 2014)

RESUME

La présente étude porte sur la stabilité non-linéaire en régime rotatif transitoire du processus de la cuisson du gari. Le processus de la cuisson du gari consiste en une cavité rectangulaire en rotation remplie de la farine de manioc râpée, pressée, rouie et considérée comme un milieu poreux anisotrope en perméabilité saturé par un fluide viscoélastique. La cavité est chauffée par le bas à une température constante. La paroi inférieure de la cavité est imperméable et la paroi supérieure est perméable. Par une méthode numérique, nous avons établi les expressions en régime transitoire du nombre de Nusselt, des champs d'écoulement et de température en fonction des paramètres d'anisotropie du milieu poreux et du nombre de Taylor. Les résultats obtenus ont montré que l'anisotropie du milieu poreux et le nombre de Taylor ont influencé grandement la cuisson du gari au cours du temps.

Mots clés : Milieu poreux anisotrope en rotation, l'instabilité non-linéaire, régime transitoire, nombre de Nusselt.

ABSTRACT

The present study is about the non-linear stability in transient rotation régime of the process of the cooking of the gari. The process of the cooking of the gari consists in an oblong cavity in rotation full of the flour of hurried shabby cassava and ret considered like an anisotropic porous media in permeability and saturated by a viscoelastic fluid. The cavity is heated from below to a constant temperature. The lower partition of the cavity is rigid and the superior partition is free. By a numeric method, we established the expressions in transient régime of the Nusselt number, of the fields of out-flow and temperature according to the parameters of anisotropic porous media and the of Taylor number. The gotten results showed that the parameters of anisotropic porous media and the number of Taylor greatly influenced the cooking of the gari during the time.

Keywords: porous anisotropic media in rotation, the non-linear instability, transient régime, number of Nusselt.

INTRODUCTION

La présente étude porte sur la stabilité non-linéaire en régime rotatif transitoire du processus de la cuisson du gari. Le processus de la cuisson du gari consiste en une cavité rectangulaire en rotation remplie de la farine de manioc râpée, pressée, rouie et considérée comme un milieu poreux anisotrope en perméabilité saturé par un fluide viscoélastique. L'étude des fluides viscoélastiques est d'un grand intérêt dans de nombreux domaines des sciences modernes de l'ingénierie et de la technologie comme le traitement des matériaux, du pétrole, de la chimie et des industries nucléaires, de la géophysique, biologie et de l'ingénierie biomécanique.

Vadasz P. (1994) a mené une recherche analytique tridimensionnelle sur l'écoulement d'un fluide à travers un milieu poreux hétérogène confiné dans une cavité rectangulaire en rotation. La perméabilité du milieu poreux varie dans la direction verticale. Les résultats de ses travaux montrent que pour un gradient de pression appliqué sur les faces latérales, il apparaît un écoulement principal du fluide dans la direction horizontale. La solution analytique trouvée demeure valable pour de grands nombres de Ekman (Ek), ce qui confirme les conditions d'applications pratiques.

Le même auteur a aussi recherché une solution analytique au problème de la convection naturelle générée par la force centrifuge dans un milieu poreux en rotation et chauffé par le haut. Pour avoir supposé la composante verticale de la vitesse d'écoulement et la température indépendantes de la coordonnée horizontale, il a trouvé que le domaine de validité de cette solution analytique doit être restreint. Le nombre de Nusselt varie linéairement avec le nombre de Rayleigh modifié Ra_w pour de faibles valeurs de ce dernier. Il ressort que mis à part le flux de chaleur lié à l'écoulement du fluide dans la direction horizontale qui demeure important, il apparaît un flux de chaleur dans la direction

verticale.

Enock P. et Tyvand A. (1984) sur la base des équations de Darcy-Boussinesq ont étudié un milieu poreux en rotation et en régime permanent. Ils ont montré que ce problème est équivalent à celui du milieu poreux anisotrope relativement au paramètre de l'anisotropie mécanique, caractérisant le rapport de perméabilité du milieu. Suivant les résultats qu'ils ont obtenus, on peut déduire des résultats de base sur la convection thermique dans une couche poreuse en rotation à partir de l'analyse faite sur la convection thermique en milieu poreux anisotrope non mise en mouvement de rotation.

Jong J.J. et Jian S. L. (1987), ont fait une étude sur la convection thermique en régime transitoire dans une couche poreuse dont les surfaces supérieure et inférieure libres, initialement à la même température, sont soumises à un chauffage constant par le bas. Ils se sont également intéressés à l'étude analytique et numérique des critères d'apparition en régime permanent et transitoire de la convection thermique bidimensionnelle en milieu poreux en rotation. Le milieu poreux anisotrope en perméabilité est tel que ses frontières limites supérieure et inférieure sont rigides. La paroi rigide inférieure est chauffée à un rythme constant de façon à générer une distribution linéaire de la température dans la direction verticale. L'instabilité liée à l'anisotropie en perméabilité du milieu poreux, saturé par un fluide a été analysée par la technique de calcul du volume moyen d'écoulement. Ils ont déterminé les nombres de Rayleigh critique R_c et les nombres d'onde critiques a_c pour l'apparition de la convection dans le milieu anisotrope.

Govender S. (2002) a étudié la convection naturelle dans une couche poreuse anisotrope en rotation soumise à la force centrifuge. Il a utilisé l'équation de Darcy pour décrire l'écoulement et a constaté que la convection est stabilisée lorsque le rapport des paramètres thermiques et d'anisotropies mécaniques croît en amplitude.

Nield et Bejan (1999) et Bejan (2004) ont

établi des revues complètes des principes fondamentaux de la convection de la chaleur dans les milieux poreux.

Dègan G. (1997) a mené une investigation numérique et analytique de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire confinée par un milieu poreux anisotrope en perméabilité et chauffé isothermiquement par les côtés. Les résultats ont montré que le rapport d'anisotropie en perméabilité et l'angle d'inclinaison des axes principaux ont tous deux une grande influence sur le système. En particulier, le transfert de chaleur maximale (minimale) est obtenu lorsque l'orientation de l'axe principal du milieu poreux anisotrope ayant la perméabilité est parallèle (perpendiculaire) au champ gravitationnel.

La présente étude s'inscrit dans le cadre d'explorer les effets de l'angle d'orientation des directions principales de perméabilité dans le plan horizontal contenant le milieu poreux en variant l'angle d'orientation et les effets du rapport d'anisotropie en perméabilité puis les effets de l'anisotropie mécanique sur le comportement transitoire du nombre de Nusselt, des champs d'écoulement et de température au cours du temps.

NOMENCLATURE

μ : Viscosité dynamique du fluide saturant le milieu poreux ;
 $\nu = \frac{\mu}{\rho_0}$: viscosité cinématique du fluide ;
 \vec{g} : Vecteur champ de pesanteur ;
 p' : Pression de la vapeur saturante ;
 $\vec{\Omega} (0, 0, \Omega)$: Vecteur vitesse de rotation de l'enceinte ;
 \vec{r}' : Vecteur position ;
 \vec{K} : Tenseur de perméabilité du troisième ordre ;
 σ : Rapport des capacités thermiques ;
 \vec{V} : Vecteur vitesse de filtration du fluide dans le milieu poreux ;
 $\Delta T = T_H - T_C$: Différence de température entre les deux surfaces ;
 u' ; v' et w' : Composants respectifs du vecteur vitesse suivant les axes (o, x) , (o, y) et (o, z) ;

k_y et k_z : Nombres d'ondes décrivant la périodicité de la perturbation dans les directions y et z respectivement ;
 $k_y^2 + k_z^2 = k^2$: Nombre d'onde ;
 δ : la porosité ;
 φ : Angle d'orientation des directions principales du tenseur de perméabilité ;
 K_1, K_2 et K_3 : Perméabilités suivant les directions principales ;
 $K^* = K_1/K_2$: Rapport d'anisotropie en perméabilité dans le plan horizontal ;
 $\xi = K_1/K_3$: Rapport d'anisotropie en perméabilité dans la direction verticale ;
 ρ et ρ_0 : les densités du fluide respectivement aux températures T et T_0 ;
 \hat{e}_x ; \hat{e}_y et \hat{e}_z : Vecteurs unitaires dans les directions principales.
 λ_2 : la constante de temps de retard ;
 λ_1 : la constante de temps de détente ou de relâchement ;

I- MODELE PHYSIQUE ET FORMULATION MATHEMATIQUE

1.1. Description du modèle physique

Le modèle physique considéré à la figure 1 est celui d'une enceinte parallélépipédique à parois planes. La paroi horizontale inférieure est celle symbolisant la poêle qui est chauffée par le bas à une température constante T_H pendant que la face supérieure est à la température T_C constante, telle que $(T_H > T_C)$.

La pâte de manioc contenue dans l'enceinte constitue un milieu poreux saturé par l'amidon assimilable à un fluide viscoélastique.

Le milieu poreux est anisotrope en perméabilité dont les directions sont orientées obliquement par rapport à l'axe verticale d'un angle φ .

Le système milieu poreux-enceinte est soumis à un mouvement de rotation entretenant, de fréquence constante N .

Dès l'amorce du chauffage, le milieu poreux anisotrope est le siège de phénomènes thermo convectifs instationnaires que nous allons étudier.

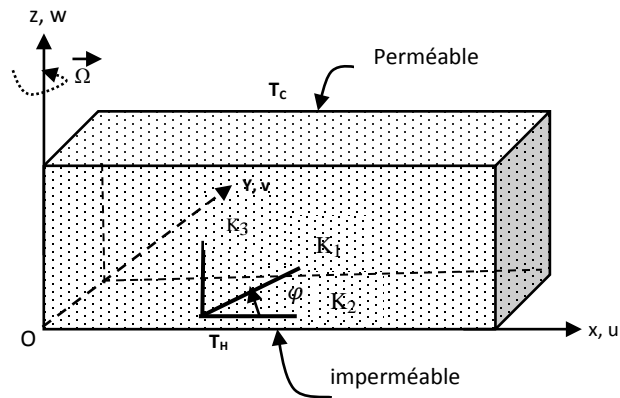


Figure1 : Modèle physique : Cavité rectangulaire en rotation et axes de coordonnées, contenant lemiliieu poreux anisotrope.

1.2 EQUATIONS GOUVERNANTES

Les équations gouvernant notre système s'écrivent :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \tag{1}$$

$$\left(1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t}\right) \left[\frac{\rho_o}{\delta} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{2\rho_o}{\delta} (\vec{\Omega} \wedge \vec{V}) \right] + \mu(\bar{K})^{-1} \left(1 + \lambda_2 \frac{\partial}{\partial t}\right) \vec{V} = \left(1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t}\right) (-\vec{\nabla}p + \rho \vec{g}) \tag{2}$$

$$\left(\gamma \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}\right) T = k \nabla^2 T \tag{3}$$

Avec

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_1 \sin^2 \varphi + K_2 \cos^2 \varphi & (K_2 - K_1) \sin \varphi \cos \varphi & 0 \\ (K_2 - K_1) \sin \varphi \cos \varphi & K_1 \cos^2 \varphi + K_2 \sin^2 \varphi & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix}$$

2.1. Les équations à l'état de perturbation

Au début de la cuisson (état de base ou de repos) caractérisée par la conduction pure, on a :

$$\left. \begin{aligned} u_b = v_b = w_b = 0 \\ T = T_b(z) \\ P = P_b(z) \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

L'état de base pour les équations (2) et (3) s'écrit :

Stabilité non-linéaire en régime rotatif transitoire du processus thermo-convectif de la cuisson du gari, denrée alimentaire à base de tubercules de manioc.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 T_b}{dz^2} &= 0 \\ \frac{dp_b}{dz} &= -\rho_b g \\ \text{avec } T_b &= T_H - \frac{\Delta T}{H} z \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

L'expérience de la stabilité du phénomène thermo-convectif consiste à perturber la solution de base et à observer dans quelles conditions la perturbation imposée croît en amplitude. Ainsi, en substituant

$$\begin{aligned} T(x, y, z, t) &= T_b(z) + T'(x', y', z', t') \\ v(x, y, z, t) &= 0 + v'(x', y', z', t') \\ u(x, y, z, t) &= 0 + u'(x', y', z', t') \\ w(x, y, z, t) &= 0 + w'(x', y', z', t') \\ \underbrace{p(x, y, z)}_{\text{Transitoire}} &= \underbrace{p_{b(z)}}_{\text{base}} + \underbrace{p'(x', y', z')}_{\text{perturbation}} \end{aligned}$$

dans les équations (1), (2) et (3), nous obtenons les équations suivantes à l'état perturbé :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}' = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \left(1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t'}\right) \left[\frac{\rho_o}{\delta} \frac{\partial \vec{V}'}{\partial t'} + \frac{2\rho_o}{\delta} (\vec{\Omega} \wedge \vec{V}') \right] + \mu(\bar{K})^{-1} \left(1 + \lambda_2 \frac{\partial}{\partial t'}\right) \vec{V}' \\ = \left(1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t'}\right) (-\vec{\nabla} p' + \rho_o \beta T' \vec{g}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\left(\gamma \frac{\partial}{\partial t'} + \vec{V}' \cdot \vec{\nabla}\right) T' + w' \frac{dT_b}{dz} = k \nabla^2 T' \quad (8)$$

2.2. Adimensionnalisation des équations

En introduisant les variables adimensionnées suivantes :

$$\left. \begin{aligned} (x^*, y^*, z^*) &= \frac{(x', y', z')}{d}; t^* = \frac{k}{d^2} t' \\ (u^*, v^*, w^*) &= (u', v', w') \frac{d}{k}; T^* = \frac{T'}{\Delta T} \\ P^* &= \frac{K_3}{\mu k} P'; \lambda_1^* = \frac{k}{d^2} \lambda_1; \lambda_2^* = \frac{k}{d^2} \lambda_2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

dans les équations (6), (7) et (8), nous obtenons ce qui suit:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}^* = 0 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \left[\frac{1}{Pr_D} \frac{\partial \vec{V}^*}{\partial t^*} + \sqrt{Ta} (\hat{e}_z \wedge \vec{V}^*) \right] + K_3 (\bar{K})^{-1} \left(1 + \lambda_2^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \vec{V}^* \\ = - \left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) (\vec{\nabla} P^* - Ra T^* \hat{e}_z) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\left(\gamma \frac{\partial}{\partial t^*} + \vec{V}^* \cdot \vec{\nabla}\right) T^* - w^* = \nabla^2 T^* \quad (12)$$

Avec

$$(\bar{K})^{-1} = \frac{1}{K_3} \begin{bmatrix} \frac{a}{\xi} & -\frac{c}{\xi} & 0 \\ -\frac{c}{\xi} & \frac{b}{\xi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

De ce qui précède, $K^* = K_1/K_2$ désigne le rapport d'anisotropie en perméabilité dans le plan horizontal, $\xi = K_1/K_3$ désigne le rapport d'anisotropie dans la direction verticale, $Da = K_3/d^2$ désigne le nombre de Darcy, $Ta = (2\Omega K_3/\delta\nu)^2$ désigne le nombre de Taylor, $Ra = K_3 g \beta \Delta T d / \nu k$ désigne le nombre de Rayleigh, $Pr = d/k$ désigne le nombre de

Prandtl et $Pr_D = \delta Pr / Da$ désigne le nombre de Vadasz.

En éliminant les termes de pression dans l'équation (11) en prenant le rotationnel de cette équation, nous obtenons le système d'équations (14) suivant:

$$\begin{cases} \left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \left[\frac{1}{Pr_D} \frac{\partial \omega_{x^*}}{\partial t^*} - \sqrt{Ta} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right] + \left(1 + \lambda_2^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \left(\frac{\partial w^*}{\partial y^*} + \frac{c}{\xi} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} - \frac{b}{\xi} \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right) = \left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) Ra \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \\ \left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \left[\frac{1}{Pr_D} \frac{\partial \omega_{y^*}}{\partial t^*} - \sqrt{Ta} \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right] - \left(1 + \lambda_2^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*} - \frac{a}{\xi} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} + \frac{c}{\xi} \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right) = - \left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) Ra \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \\ \left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \left[\frac{1}{Pr_D} \frac{\partial \omega_{z^*}}{\partial t^*} - \sqrt{Ta} \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right] + \left(1 + \lambda_2^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \left(\frac{b}{\xi} \frac{\partial v^*}{\partial x^*} - \frac{c}{\xi} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} - \frac{a}{\xi} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{c}{\xi} \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

En introduisant la fonction de courant ψ^* définie par $u^* = \partial \psi^* / \partial z^*$ et $w^* = -\partial \psi^* / \partial x^*$ dans le système d'équations (14) et dans l'équation (12), et en annulant les grandeurs dépendant de y^* puis en supposant

que le nombre de Vadasz est trop élevé et cela dans la plupart des applications des milieux poreux traditionnels (Anoj Kumar et B.S. Bhadauria), nous obtenons ce qui suit :

Stabilité non-linéaire en régime rotatif transitoire du processus thermo-convectif de la cuisson du gari, denrée alimentaire à base de tubercules de manioc.

$$\left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \sqrt{Ta} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial z^{*2}} + \left(1 + \lambda_2^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \left(-\frac{c}{\xi} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial z^{*2}} + \frac{b}{\xi} \frac{\partial v^*}{\partial z^*}\right) = 0 \quad (15)$$

$$\left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \sqrt{Ta} \frac{\partial v^*}{\partial z^*} + \left(1 + \lambda_2^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \left(-\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^{*2}} - \frac{a}{\xi} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial z^{*2}} + \frac{c}{\xi} \frac{\partial v^*}{\partial z^*}\right) = \left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) Ra \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \quad (16)$$

$$\gamma \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \left[\frac{\partial \psi^*}{\partial z^*} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \frac{\partial T^*}{\partial z^*}\right] + \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}}\right) T^* \quad (17)$$

Les équations (15), (16) et (17) deviennent :

$$\left[\frac{c}{\xi} \left(1 + \lambda_2^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) - \left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \sqrt{Ta}\right] \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial z^{*2}} - \frac{b}{\xi} \left(1 + \lambda_2^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = 0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{c}{\xi} \left(1 + \lambda_2^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) + \left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \sqrt{Ta}\right] \frac{\partial v^*}{\partial z^*} - \left(1 + \lambda_2^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) \left[\frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} + \frac{a}{\xi} \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}}\right] \psi^* \\ - \left(1 + \lambda_1^* \frac{\partial}{\partial t^*}\right) Ra \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \left[\frac{\partial \psi^*}{\partial z^*} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \frac{\partial T^*}{\partial z^*}\right] + \frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}}\right) T^* \quad (20)$$

Avec $\gamma = 1$

III. ANALYSE DE LA STABILITE NON-LINEAIRE EN REGIME TRANSITOIRE

3.1 Les équations en régime transitoire

En considérant les séries minima de Fourier s'exprimant dans les directions où le mouvement thermoconvectif est prépondérant, la fonction de courant ψ^* , les champs de température T^* et la composante v^* de la vitesse sont définies par :

$$\begin{cases} \psi^* = A_1(t^*) \sin(kx^*) \sin(\pi z^*) \\ T^* = B_1(t^*) \cos(kx^*) \sin(\pi z^*) + C_1(t^*) \sin(2\pi z^*) \\ v^* = D_1(t^*) \sin(kx^*) \cos(\pi z^*) + E_1(t^*) \sin(2\pi x^*) \end{cases} \quad (21)$$

où $A_1(t^*)$, $B_1(t^*)$, $C_1(t^*)$ et $D_1(t^*)$ sont les amplitudes de ces séries et dépendent du temps.

En introduisant le système d'équations (21) dans les équations (18), (19) et (20), nous obtenons les équations (22), (23) et (24) suivantes :

$$\begin{aligned} -\pi^2 \left[\frac{c}{\xi} \left(A_1(t^*) + \lambda_2^* \frac{dA_1(t^*)}{dt^*} \right) + \left(A_1(t^*) + \lambda_1^* \frac{dA_1(t^*)}{dt^*} \right) \sqrt{Ta} \right] + \frac{b}{\xi} \left(D_1(t^*) + \lambda_2^* \frac{dD_1(t^*)}{dt^*} \right) \\ = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 & -\pi \left[\frac{c}{\xi} \left(D_1(t^*) + \lambda_2^* \frac{dD_1(t^*)}{dt^*} \right) + \left(D_1 + \lambda_1^* \frac{dD_1(t^*)}{dt^*} \right) \sqrt{Ta} \right] \\
 & + \frac{b}{\xi} \left(A_1(t^*) + \lambda_2^* \frac{dA_1(t^*)}{dt^*} \right) \left(k^2 + \frac{a}{\xi} \pi^2 \right) + \left(B_1(t^*) + \lambda_1^* \frac{dB_1(t^*)}{dt^*} \right) Ra.k \\
 & = 0
 \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{dB_1(t^*)}{dt} + B_1(t^*)(\eta k^2 + \pi^2) + kA_1(t^*) + 2A_1(t^*).C_1(t^*).k\pi \right] \cos kx^* \\
 & - 4A_1(t^*).C_1(t^*)k\pi \cos^2 \pi z^* \cos kx^* \\
 & + \left[2 \frac{dC_1(t^*)}{dt^*} + 8\pi^2 C_1(t^*) - A_1(t^*).B_1(t^*)k\pi \right] \cos \pi z \\
 & = 0
 \end{aligned} \tag{24}$$

Des équations (22), (23) et (24) nous obtenons les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_1(t^*)}{dt^*} = J \left\{ \left[\pi^2 \left(\frac{c}{\xi} - \sqrt{Ta} \right) (\lambda_2^* c + \xi \lambda_1^* \sqrt{Ta}) - b \lambda_2^* \left(k^2 + \frac{a}{\xi} \pi^2 \right) + Ra.b.k^2.\lambda_1^*.\lambda_2^* \right] A_1(t^*) \right. \\
 - Ra.b.k.\lambda_2^*[1 - \lambda_1^*(k^2 + \pi^2)]B_1(t^*) + 2\pi Ra.bk^2.\lambda_1^*.\lambda_2^*.A_1(t^*).C_1(t^*) \\
 \left. + \pi b \left[\lambda_2^* \left(\frac{c}{\xi} + \sqrt{Ta} \right) - \left(\lambda_2^* \frac{c}{\xi} + \lambda_1^* \sqrt{Ta} \right) \right] D_1(t^*) \right\}
 \end{aligned} \tag{25}$$

$$\frac{dB_1(t^*)}{dt^*} = -kA_1(t^*) - (k^2 + \pi^2)B_1(t^*) - 2k\pi A_1(t^*).C_1(t^*) \tag{26}$$

$$\frac{dC_1(t^*)}{dt^*} = \frac{k}{2} \pi A_1(t^*) B_1(t^*) - 4\pi^2 C_1(t^*) \tag{27}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dD_1(t^*)}{dt^*} = \frac{\pi}{b\lambda_2^*} \left(\lambda_2^* \frac{c}{\xi} - \lambda_1^* \sqrt{Ta} \right) \frac{dA_1(t^*)}{dt^*} + \frac{\xi\pi}{b\lambda_2^*} \left(\frac{c}{\xi} - \sqrt{Ta} \right) A_1(t^*) \\
 - \frac{1}{\lambda_2^*} D_1(t^*)
 \end{aligned} \tag{28}$$

Avec

$$J = \frac{1}{\pi^2 (\lambda_1^{*2} \xi Ta - \lambda_2^{*2} c^2) + b \lambda_2^{*2} \left(k^2 + \frac{a}{\xi} \pi^2 \right)} \tag{29}$$

Les conditions initiales sont :

$$\left. \begin{aligned}
 & A_1(0) = 0; B_1(0) = cte; C_1(0) = 0 \\
 & D_1(0) = \frac{-Ra.b.k.\lambda_2^*[1 - \lambda_1^*(k^2 + \pi^2)]B_1(0)}{\pi b \left[\lambda_2^* \left(\frac{c}{\xi} + \sqrt{Ta} \right) - \left(\lambda_2^* \frac{c}{\xi} + \lambda_1^* \sqrt{Ta} \right) \right]}
 \end{aligned} \right\} \tag{30}$$

Les conditions aux limites :

Stabilité non-linéaire en régime rotatif transitoire du processus thermo-convectif de la cuisson du gari, denrée alimentaire à base de tubercules de manioc.

$$\left. \begin{array}{l} z = 0, \quad \frac{\partial \psi^*}{\partial x} = 0 \\ z = 1, \quad \frac{\partial^3 \psi^*}{\partial x \partial z^2} = 0 \end{array} \right\} \quad (31)$$

et

$$\left. \begin{array}{l} x = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ x = 1, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \end{array} \right\} \quad (32)$$

Les équations (25), (26), (27) et (28) seront résolues numériquement par « Mathcad version 15.0 ».

3.2 Expression du nombre de Nusselt en régime transitoire

Si H désigne le taux de chaleur transportée par unité de surface, nous avons :

$$H = -K_T \left\langle \frac{\partial T_{totale}}{\partial z^*} \right\rangle_{z=0} \quad (33)$$

Où le terme entre crochet représente la moyenne horizontale et T_{totale} a pour expression :

$$T_{totale} = T_o - \Delta T \frac{z}{d} + T(x, z, t) \quad (34)$$

L'expression de H devient donc :

$$H = K_T \frac{\Delta T}{d} [1 - 2\pi C_1(t^*)] \quad (35)$$

Le nombre de Nusselt Nu est défini par :

$$Nu = \frac{H}{K_T \frac{\Delta T}{d}} = [1 - 2\pi C_1(t^*)]$$

$$Nu = [1 - 2\pi C_1(t^*)] \quad (36)$$

IV. ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS

Pour illustrer l'évolution de la cuisson du gari en fonction du temps, nous avons en général distingué deux cas d'anisotropie en perméabilité, à savoir le premier, l'anisotropie en perméabilité dans la direction verticale (contrôlée essentiellement par le paramètre ξ) et le second, l'anisotropie dynamique dans la

direction du plan horizontal (contrôlée principalement par les paramètres K^* et φ).

Le comportement en régime instationnaire du transfert de chaleur engendré par le phénomène de cuisson du gari, est analysé en résolvant numériquement le système d'équations différentielles ordinaires non linéaires, par le logiciel de calcul « MATLAB version 15.0 ». Utilisant les conditions initiales et les conditions aux limites adéquates, le transfert de chaleur prédit par le nombre de Nusselt Nu a été calculé en fonction du temps t .

Considérant le cas de l'anisotropie en perméabilité dominante dans la direction verticale, c'est-à-dire, lorsque ($\xi < K^* < 1$), la figure 2.1 illustre les effets du nombre de Taylor Ta sur le transfert de chaleur Nu en fonction du temps t , pour différentes valeurs des paramètres de contrôle $K^* = 0.9$, $\varphi = 15^\circ$, $\xi = 0.6$, $Ra = 400$, $\lambda_1^* = 0.8$ et $\lambda_2^* = 0.2$.

Nous observons de cette figure que Nu oscille initialement avec le temps pour atteindre l'état de régime permanent lorsque t croît progressivement. En outre, il est observé que, lorsque Ta augmente, le nombre de Nusselt Nu décroît donc le transfert de chaleur décroît progressivement pour amortir la convection. Ensuite, les effets du nombre de Rayleigh Ra sur le comportement en régime transitoire du transfert de chaleur sont montrés à la figure 2.2 pour les mêmes valeurs des paramètres de contrôle que précédemment et pour $Ta = 25$. Il est noté que, en dehors du caractère oscillatoire de Nu pendant les temps initiaux de cuisson pour atteindre l'état de régime permanent, il augmente avec l'augmentation de Ra , donc avec l'augmentation du taux de transfert de chaleur.

De même, abordant le cas de l'anisotropie en perméabilité dominante dans le plan horizontal, c'est-à-dire, lorsque ($1 < K^* < \xi$), nous distinguons les figures 3.1 et 3.2 illustrant respectivement les effets du nombre de Taylor Ta , du nombre de Rayleigh Ra sur le taux de transfert de chaleur en fonction du temps. Comme déjà signalé dans le cas précédent, le nombre de Nusselt oscille au début de la cuisson du gari avec le temps et atteint progressivement l'état permanent lorsque le temps devient de plus en plus élevé. Sur la Fig. 3.1, la variation de Nu en fonction de t pour différentes valeurs de Ta et pour $K^*=1.3$, $\varphi = 60^\circ$, $\xi = 1.6$, $Ra = 1200$, $\lambda_1^* = 0.8$ et $\lambda_2^* = 0.2$, a montré que la chaleur transférée par convection diminue avec l'augmentation du nombre de Taylor, comme on l'a noté auparavant dans le cas d'anisotropie précédemment étudié. La différence observée ici dans ce cas d'anisotropie réside dans l'aplatissement des crêtes des courbes en général; ce qui se traduit par le fait que l'anisotropie hydrodynamique se fait

essentiellement dans la direction horizontale. Quant à la Figure 3.2 illustrant l'évolution de Nu en fonction de t pour différentes valeurs de Ra et pour $K^* = 1.3$, $\varphi = 60^\circ$, $\xi = 1.6$, $Ta = 25$, $\lambda_1^* = 0.8$ et $\lambda_2^* = 0.2$, le taux de transfert de chaleur croît lorsque le nombre de Ra décroît.

CONCLUSION

L'étude de la stabilité non-linéaire en régime rotatif transitoire d'un milieu poreux anisotrope saturé par un fluide viscoélastique a été réalisée. Nous avons en général distingué deux cas d'anisotropie en perméabilité, à savoir le premier, l'anisotropie en perméabilité dans la direction verticale (contrôlée essentiellement par le paramètre ξ) et le second, l'anisotropie dynamique dans la direction du plan horizontal (contrôlée principalement par les paramètres K^* et φ). Il se dégage de cette étude les conclusions suivantes :

- 1.) Dans les deux cas d'anisotropie, il est observé que, lorsque le nombre de Taylor Ta augmente, le nombre de Nusselt Nu décroît donc le taux de transfert de chaleur décroît progressivement pour amortir la convection. Nous pouvons donc conclure que le taux de transfert de chaleur décroît avec la vitesse de rotation de la cavité.
- 2.) Le nombre de Nusselt Nu augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh Ra , donc l'augmentation de Ra fait croître le taux de transfert de chaleur dans le cas de l'anisotropie en perméabilité dans la direction verticale. Par contre, dans le cas de l'anisotropie dynamique dans la direction du plan horizontal nous avons observé l'effet contraire c'est-à-dire que le taux de transfert de chaleur croît lorsque le nombre de Rayleigh Ra décroît.

Stabilité non-linéaire en régime rotatif transitoire du processus thermo-convectif de la cuisson du gari, denrée alimentaire à base de tubercules de manioc.

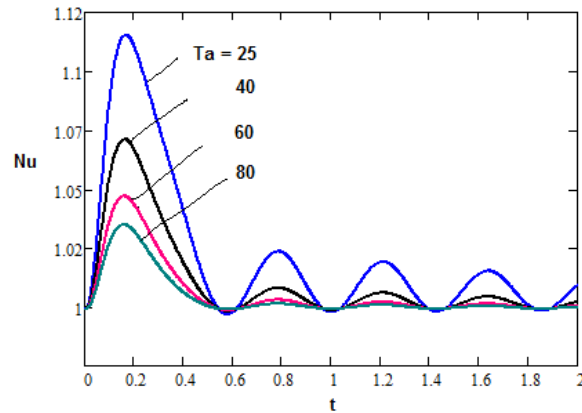


Figure 2.1 Effet du nombre de Taylor sur l'anisotropie dans la direction verticale ($\xi < K^* < 1$) avec $K^* = 0.9$; $\xi = 0.6$; $Ra = 400$; $\varphi = 15^\circ$; $\lambda_1^* = 0.8$; $\lambda_2^* = 0.2$

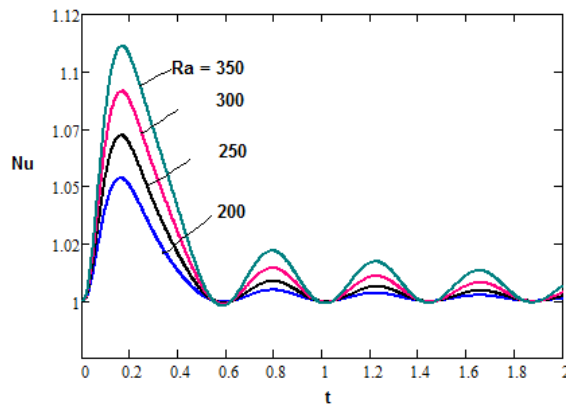


Figure 2.2 Effet du nombre de Rayleigh Ra sur l'anisotropie dans la direction verticale ($\xi < K^* < 1$) avec $K^* = 0.9$; $\xi = 0.6$; $Ta = 25$; $\varphi = 15^\circ$; $\lambda_1^* = 0.8$; $\lambda_2^* = 0.2$

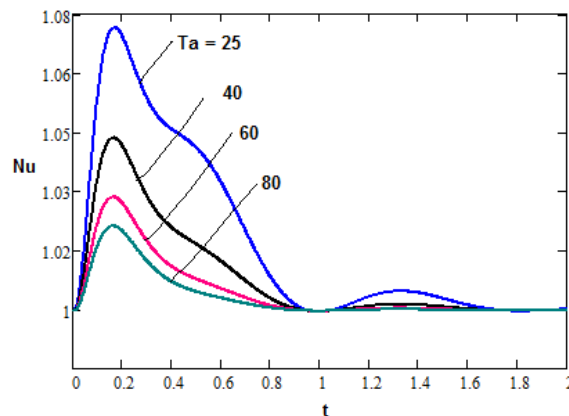


Figure 3.1 : Effet du nombre de Taylor Ta sur l'anisotropie dans le plan horizontal ($1 < K^* < \xi$) avec $\xi = 1.6$; $Ra = 1200$; $K^* = 1.3$; $\lambda_1^* = 0.8$; $\lambda_2^* = 0.2$; $\varphi = 60^\circ$

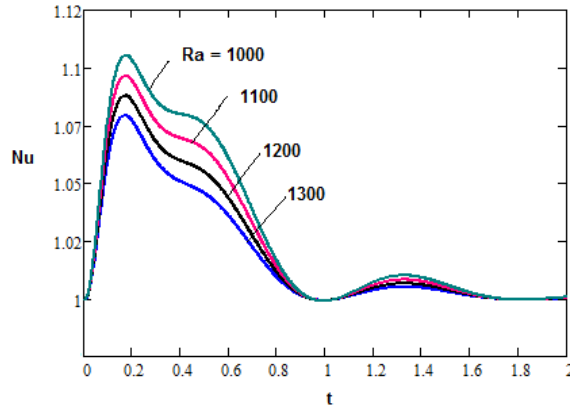


Figure 3.2 : Effet du nombre de Rayleigh Ra sur l'anisotropie dans le plan horizontal ($1 < K^* < \xi$) avec $\xi = 1.6$; $Ta = 25$; $K^* = 1.3$; $\lambda_1^* = 0.8$; $\lambda_2^* = 0.2$; $\varphi = 60^\circ$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. ANOJ K., BHADAURIA B.S., 2011. Thermal instability in a rotating anisotropic porous layer saturated by a visco elastic fluid. *International Journal of Non-Linear Mechanics Journal Home*, (46), 47-56.
2. BEJAN A., 1995. Convection Heat Transfer. 2^{nde} édition, Wiley, New York, 128p.
3. CHANDRASEKHAR S., 1961. Hydrodynamic and hydromagnetic stability, Calrendon Press, Oxford University, 100p.
4. DEGAN G., VASSEUR P., 2003. Influence of anisotropy on convection in porous media with non-uniform thermal gradient. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46, 781-789.
55. DEGAN G., VASSEUR, P., AWANOU N.C., 2005. Anisotropy effects on non-Darcy natural convection from concentrated heat. *Acta Mechanica*, 179 (1-2), 111-124
7. ESSOUN M., 2011. Rotating Rayleigh-Bénard convection in the presence of helical force. *Thèse de Doctorat IMSP Bénin*, 101p.
8. GOVENDER S., 2002. Oscillatory convection induced by gravity and centrifugal forces in a rotating porous layer distant from the axis of rotation. *International Journal of Engineering Science*, 41(6), 539-545.
9. GOVENDER S., 2006. On the Effect of Anisotropy on the Stability of Convection in Rotating Porous Media Transport in Porous Media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(5), 781-789.
10. JIANHONG K., CEJI F., WENCHANG T., 2011. Tan Thermal convective instability of viscoelastic fluids in a rotating porous layer heated from below. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics Journal Home*, (166), 93-101.
11. JONG J.J. and JIAN S.L., 1987. Transient thermal in a rotating porous medium confined between two rigid boundaries. *International communication, Heat and Mass transfert*, Vol 14, N°0735-1933/9, 147-153.
12. NIELD D.A. and BEJAN A., 1992. Convection in Porous Media. *Springer Verlag, New York*, 128p.
13. PALM E. and TYVAND A., 1984. Thermal convection in a rotating porous laye. *Journal of Applied Mathematics and Physics*,

35, 121-123.

14. PATIL P. R. and VAIDYANATHAN G., 1983. On Setting Up of convection currents in rotating porous medium under the influence of variable viscosity. *International Journal of Engineering Science*, Vol. (21), 123-130.

15. VADASZ P., 1994a. Centrifugal generated free convection in a rotating porous box. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol (33)16, 2399-2404.

16. VADASZ P., 1994. Stability of free convection in a narrow porous layer subject to rotation. *International communication in Heat and Mass transfert*, Vol (21), 6, 881-890.

17. VADASZ P., 1996. Convection and stability in a rotating porous layer with alternating direction of the centrifugal body force. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 39 (8), 1639-1647.

18. VADASZ P., GOVENDER S., 1996. Two-dimensional convection induced by gravity and centrifugal forces in a rotating porous layer far away from the axis of rotation. *International Journal Rotat. Mach.* 4 (2), 73-90.

19. VADASZ P., GOVENDER S., 2000. Stability and stationary convection induced by gravity and centrifugal forces in a rotating porous layer distant from the axis of rotation. *International Journal of Engineering Science*, 39(6), 715-732.