

TUILES EN MICROBÉTON OU MORTIER VIBRÉ : MODELISATION DE FLEXION TROIS POINTS PAR LA METHODE DE CALCUL PAR ELEMENTS FINIS

BAGAN G. C.¹, TOUKOUROU A. C.¹ et VAUTRIN A.²

1- Laboratoire d'Etudes et de Recherches en Techniques Industrielles
01 BP 2009 CPU Campus Calavi (Bénin)

2- Département de Mécanique et Matériaux (SMS), Ecole des Mines de Saint Etienne 158, cour Fauriel 42023
France cedex 2

(Reçu le 28 mai 2000 ; Révisé le 16 novembre 2001 ; Accepté le 18 novembre 2001)

RESUME

Les tuiles en microbêton ou mortier vibré fabriquées suivant les normes en vigueur dans la sous région de l'Afrique de l'Ouest subissent d'importantes casses lors des poses, mettant en cause la qualité de contrôle. La modélisation de flexion trois points par la méthode de calcul par éléments finis permet d'alimenter une réflexion sur le contrôle normatif de qualité. Par modélisation numérique en éléments hexaédraux « solid 45 » selon le code Ansys 5.5, les résultats obtenus montre que la flexion de type 1, où les appuis et les charges sont plats, induit de très fortes contraintes aux différentes, ce qui explique sans doute la fréquence des casses enregistrées au cours des poses en toitures.

Mots clés : Tuiles en microbêton, modélisation par les éléments finis, flexion trois points, contrôle de qualité

ABSTRACT

Microconcrete's or vibrated mortar tiles manufactured as the recommendations break sometimes during the roofing moment. This fact makes appears a real suspicion on the tiles quality. The three points flexure modelling by finite elements method permit to make reflection on the quality's control of these tiles. On the basis of the modelling in hexaedra elements of « solid 45 » code Ansys 5.5, results found in this paper indicate that flexure of type 1, where setting and load are flat, make tiles more stressed than those modelled by others types.

Keys words : Microconcrete tiles, vibrated mortar tiles, three points flexure's test, finites elements, control of quality.

INTRODUCTION

Les tuiles en mortier vibré ou microbêton sont produites depuis plusieurs années dans de nombreux pays d'Afrique, d'Asie et d'Amérique, dans le souci d'assurer un habitat confortable. L'assurance de ce confort est confronté à la difficulté de garantie de qualité.

En effet les tuiles, au cours de leur processus de fabrication sont soumises à une série de tests [7], dont celui de flexion trois points (figure 1). Cependant il n'est pas rare de constater qu'au cours des poses, le

taux de casses enregistrées dépasse celui prévu par les normes en vigueur. Une piste de recherche est l'étude de la configuration proposée par les recommandations de BIT en vigueur.

Ainsi dans le souci d'alimenter une réflexion sur le contrôle de qualité par la flexion, une modélisation par la méthode de calcul par éléments finis permet à travers ce travail d'étudier le comportement de deux différentes tuiles (flamande, romane) sous trois différents types de configuration de flexion trois points.

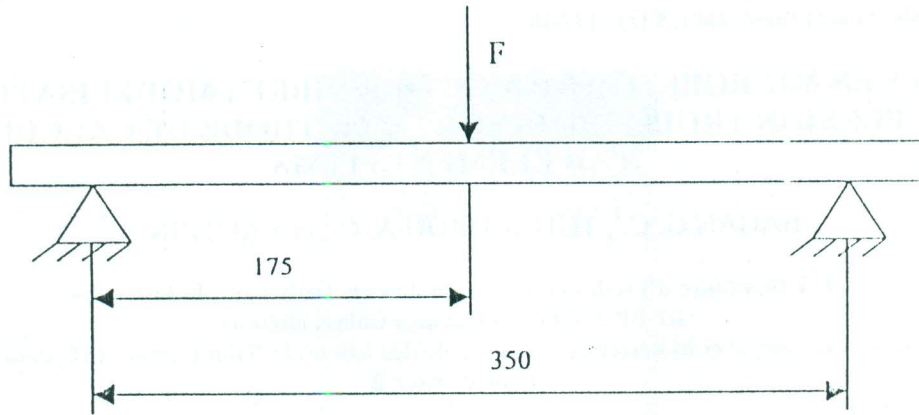


Figure 1 : Configuration générale de flexion trois points [7]

1. Types de configuration de flexion

Les normes régionales en vigueur précisent pour le test de flexion des tuiles désignées selon les normes du Burkina Faso [3] par : TMV, N, 500 x 250 x 8, une portée de 350mm et une charge de 500 N, uniformément répartie sur la largeur [7]. Trois types de configuration font objets de la présente analyse :

- Le premier, est la configuration de flexion trois points, dont les planches-appuis et la planche-charge sont plates (figure 2a);
- Le second est celle dont la planche-charge épouse les formes des tuiles (figure 2b);
- Le troisième est celle dont la planche-charge et les planches-appuis épousent les formes des tuiles (figure 2c).

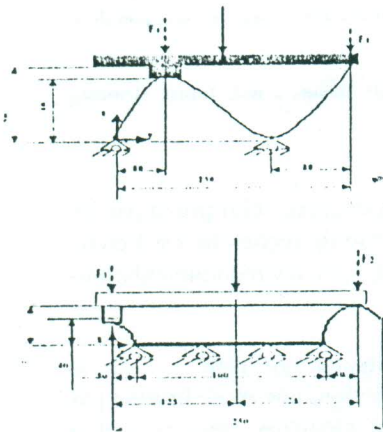


Figure 2a : Flexion type 1

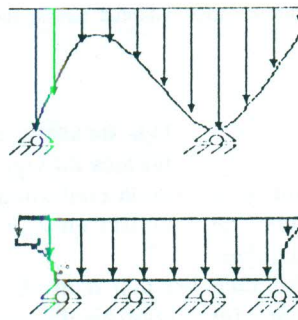


Figure 2b: Flexion type 2

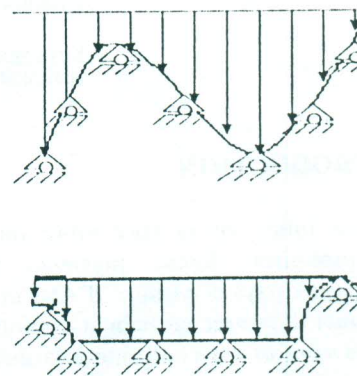


Figure 2c : Flexion type 3

2. Modélisation numérique

Baucoup de problèmes physiques, auxquels sont confrontés les ingénieurs peuvent être formulés classiquement en écrivant les équations linéaires différentielles traduisant, à l'échelle locale, l'équilibre des forces généralisées d'un élément infiniment petit [2]. Ces expressions de la forme [4] :

$D \cdot u = f$ dans un domaine Q bien défini ;

où D représente un opérateur différentiel, u la fonction inconnue, qui peut être une quantité scalaire ou un vecteur de plusieurs variables, et f le vecteur des forces. Prenant en compte des conditions aux

frontières du domaine considéré Q , ainsi que d'éventuelles conditions initiales, ces expressions peuvent trouver de solutions acceptables par la méthode de calcul par éléments finis.

Le modèle de calcul par éléments finis selon le code ANSYS 5.5 a servi à la discrétisation des tuiles en éléments structuraux. L'élément structural utilisé pour ce travail est dénommé "solid 45" [1]. Ce dernier illustré sur la figure 3 est en effet un hexaèdre à 8 noeuds, placés aux différents sommets. Chaque tuile est considérée comme un assemblage de 7500 éléments de structures liés entre eux par des fonctions d'interpolation linéaire définies ci-après [1] :

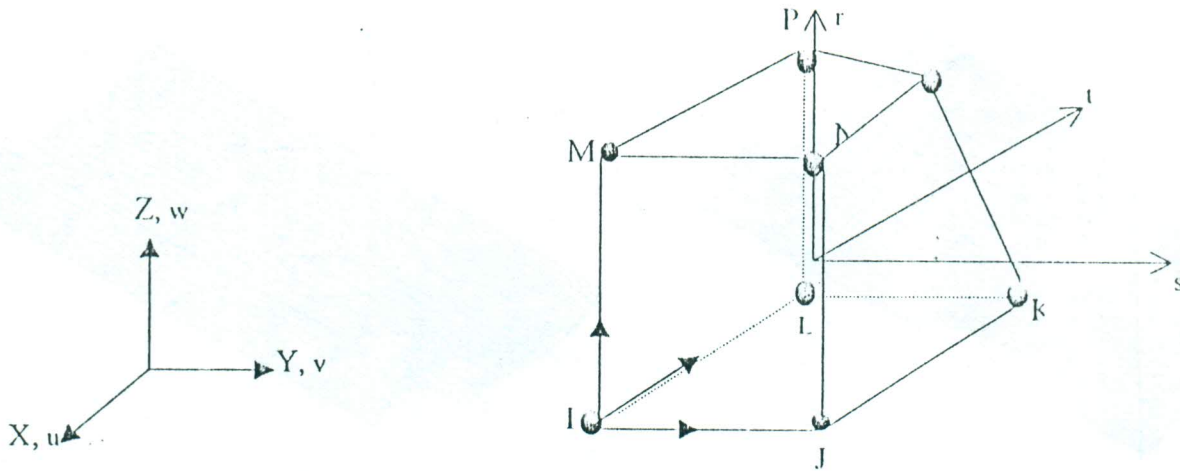


Figure 3 : Elément structural type "Solid 45"

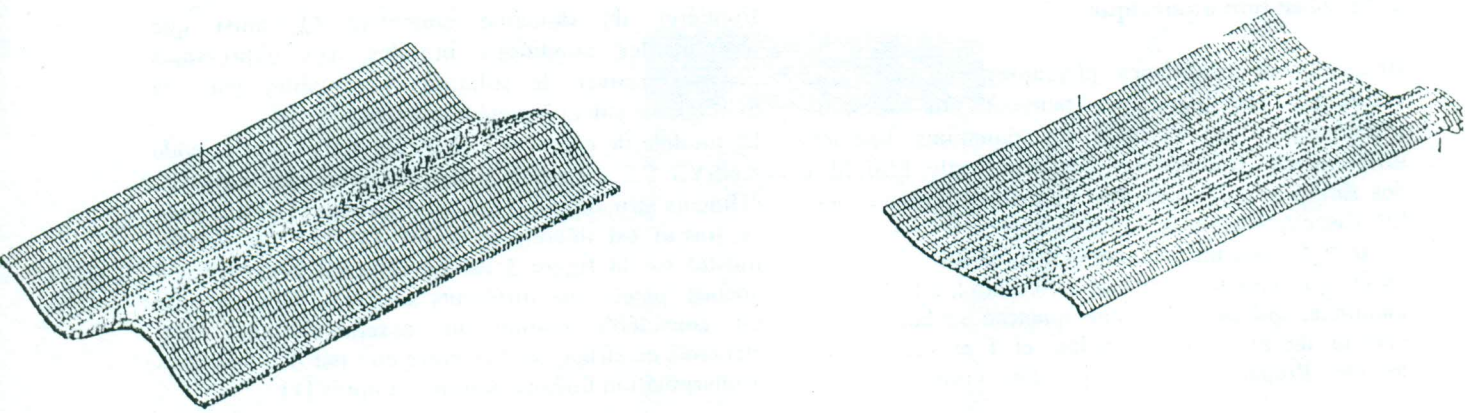
$$u = 1/8 [(u_i(1-s)(1-t)(1-r) + u_j(1+s)(1-t)(1-r) + u_k(1+s)(1+t)(1-r) + u_l(1-s)(1+t)(1-r) + u_m(1-s)(1-t)(1+r) + u_n(1+s)(1-t)(1+r) + u_o(1+s)(1+t)(1+r) + u_p(1-s)(1+t)(1-r)]$$

$$v = 1/8 [(v_i(1-s)(1-t)(1-r) + v_j(1+s)(1-t)(1-r) + v_k(1+s)(1+t)(1-r) + v_l(1-s)(1+t)(1-r) + v_m(1-s)(1-t)(1+r) + v_n(1+s)(1-t)(1+r) + v_o(1+s)(1+t)(1+r) + v_p(1-s)(1+t)(1-r)]$$

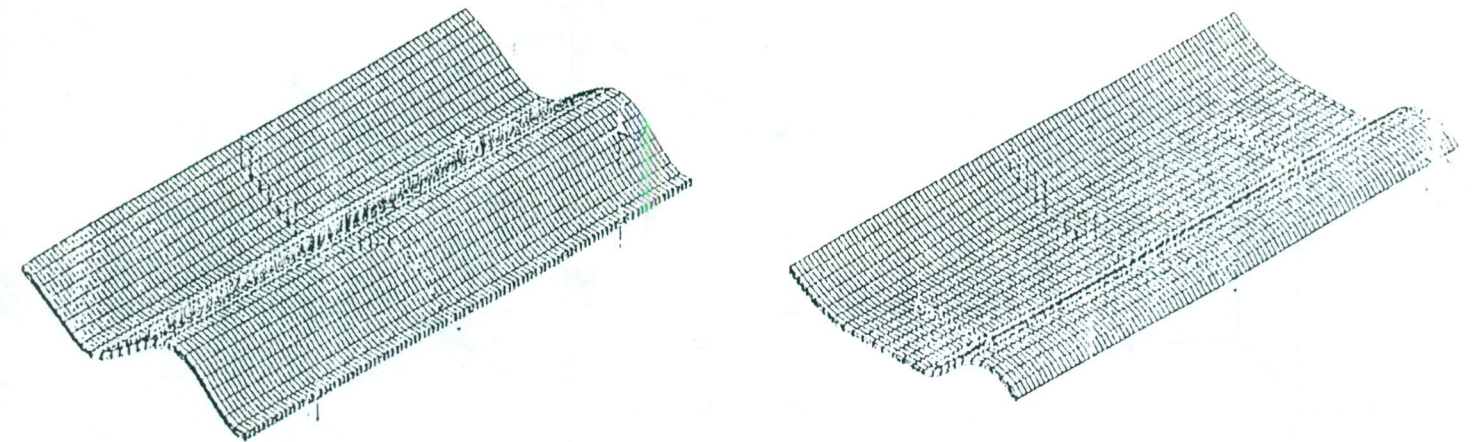
$$w = 1/8 [(w_i(1-s)(1-t)(1-r) + w_j(1+s)(1-t)(1-r) + w_k(1+s)(1+t)(1-r) + w_l(1-s)(1+t)(1-r) + w_m(1-s)(1-t)(1+r) + w_n(1+s)(1-t)(1+r) + w_o(1+s)(1+t)(1+r) + w_p(1-s)(1+t)(1-r)]$$

Par ces relations, Les déplacements u_i, v_i, w_i des 8 noeuds de chaque élément sont liés aux coordonnées u, v, w , qui définissent le déplacement de tout élément de la structure.

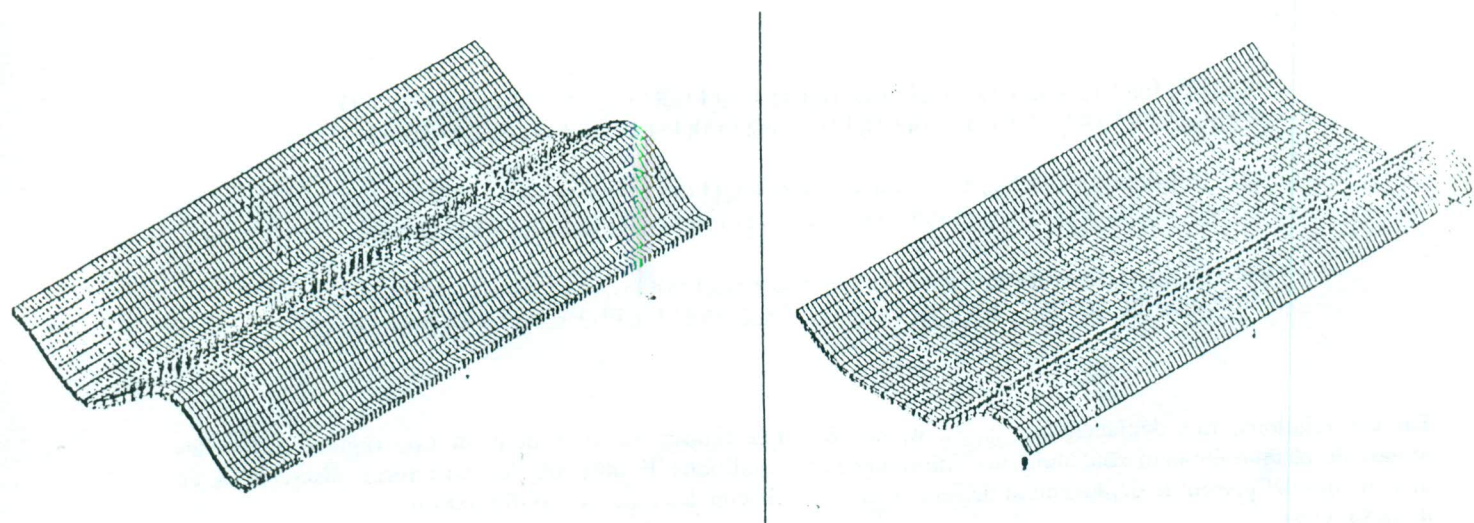
Les figures 4a, b, c donnent une représentation des conditions limites sur les structures discrétisées de chacun, des types de configuration.



Figures 4a : Structures discrétisées et conditions limites de la flexion de type 1



Figures 4b : Structures discrétisées et Conditions limites de la flexion de type 2



Figures 4c : Structures discrétisées et Conditions limites de la flexion de type 3

3. Techniques de mise en œuvre

3.1. Principe de base

Le calcul des contraintes auxquelles sont soumises les tuiles, lorsqu'elles sont chargées, est basé sur principalement sur :

- la loi d'équilibre des énergies [1] :

$$\delta U = \delta V$$

où δU et δV sont respectivement la variation de l'énergie interne et le travail du fait de déplacement des nœuds les champs des déplacements des nœuds

étant liés à ceux des déformations par la relation suivante [5] :

$$\{\epsilon\} = [B]\{u\}$$

où B est la matrice déduite des relations d'interpolations linéaires.

- la loi de Hooke, qui lie contrainte et déformation. Elle s'exprime par :

$$\{\sigma\} = [D] (\{\epsilon\} - \{\epsilon^{th}\}) \quad (1.1)$$

où : $\{\sigma\}$ est le vecteur contrainte (figure 5) ;

$[D]$ - la matrice d'élasticité ;

$\{\epsilon\}$ - le vecteur déformation ;

$\{\epsilon^{th}\}$ - le vecteur déformation thermique.

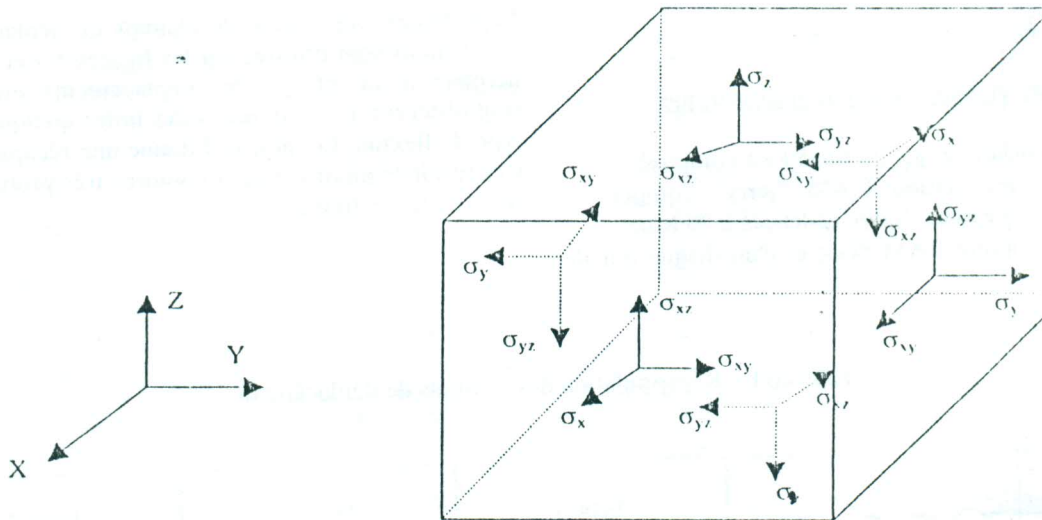


Figure 5 : Définition de vecteur-contrainte

L'équation (1.1) peut se mettre sous la forme:

$$\{\epsilon\} = [D]^{-1} \{\sigma\} + \{\epsilon^{th}\} \quad (1.2)$$

où

$$[D]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\nu_{xy}/E_y & -\nu_{xz}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{yx}/E_x & 1/E_y & -\nu_{yz}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{zx}/E_x & -\nu_{zy}/E_y & 1/E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xz} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

avec E_i - module de Young suivant la direction i ; ν_{ij} - coefficient de poisson dans le plan ij ; G_{ij} - module d'élasticité transverse dans le plan ij .

3. Techniques de mise en œuvre

3.1. Principe de base

Le calcul des contraintes auxquelles sont soumises les tuiles, lorsqu'elles sont chargées, est basé sur principalement sur :

- la loi d'équilibre des énergies [1] :

$$\delta U = \delta V$$

où δU et δV sont respectivement la variation de l'énergie interne et le travail du fait de déplacement des nœuds les champs des déplacements des nœuds

étant liés à ceux des déformations par la relation suivante [5] :

$$\{\epsilon\} = [B]\{u\}$$

où B est la matrice déduite des relations d'interpolations linéaires.

- la loi de Hooke, qui lie contrainte et déformation. Elle s'exprime par :

$$\{\sigma\} = [D] (\{\epsilon\} - \{\epsilon^{th}\}) \quad (1.1)$$

où : $\{\sigma\}$ est le vecteur contrainte (figure 5) ;

[D] - la matrice d'élasticité ;

$\{\epsilon\}$ - le vecteur déformation ;

$\{\epsilon^{th}\}$ - le vecteur déformation thermique.

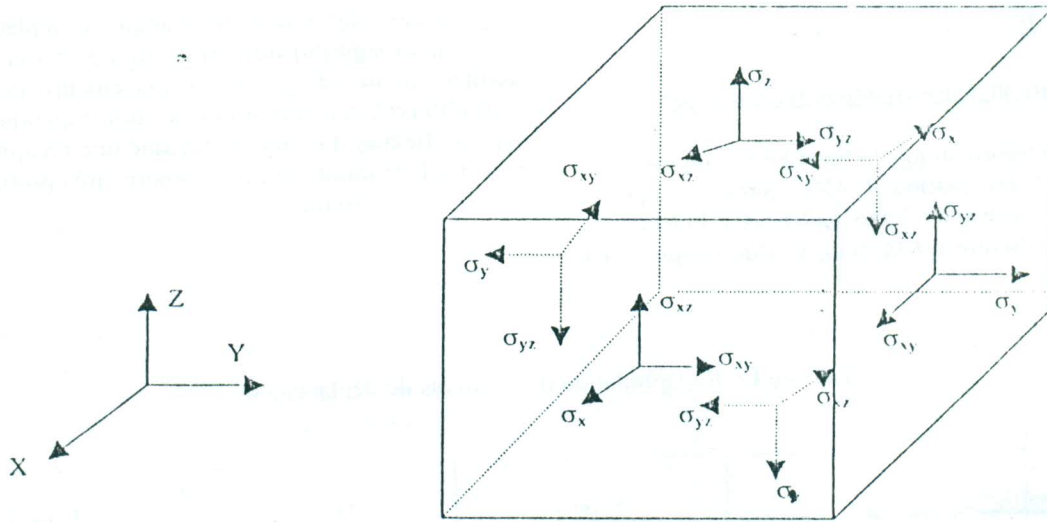


Figure 5 : Définition de vecteur-contrainte

L'équation (1.1) peut se mettre sous la forme:

$$\{\epsilon\} = [D]^{-1} \{\sigma\} + \{\epsilon^{th}\} \quad (1.2)$$

où

$$[D]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\nu_{xy}/E_y & -\nu_{xz}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{yx}/E_x & 1/E_y & -\nu_{yz}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{zx}/E_x & -\nu_{zy}/E_y & 1/E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xz} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

avec E_i - module de Young suivant la direction i ; ν_{ij} - coefficient de poisson dans le plan ij ; G_{ij} - module d'élasticité transverse dans le plan ij .

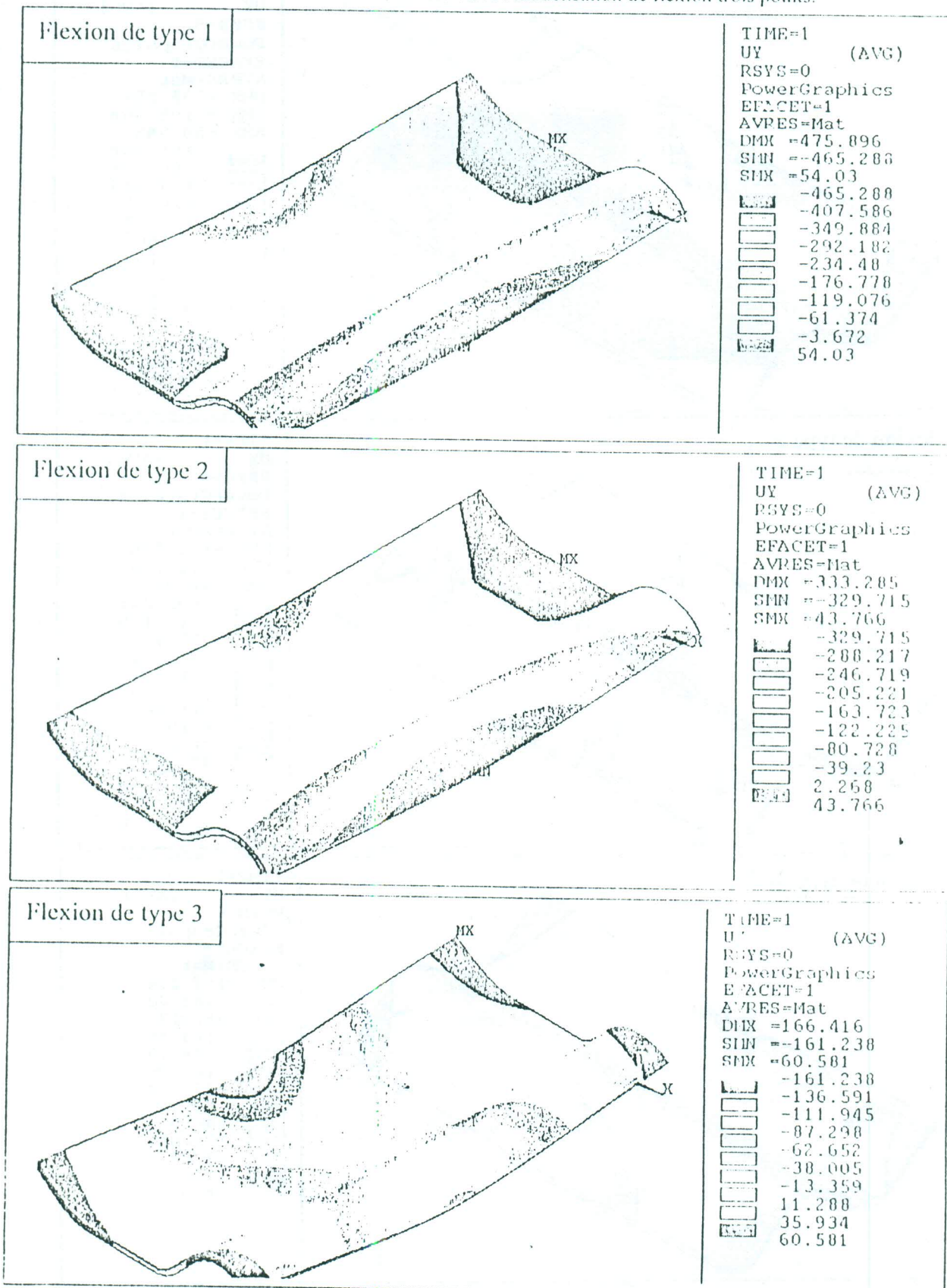


Figure 4.1 : Champs de déplacements d'une Romane pour les trois types de flexion

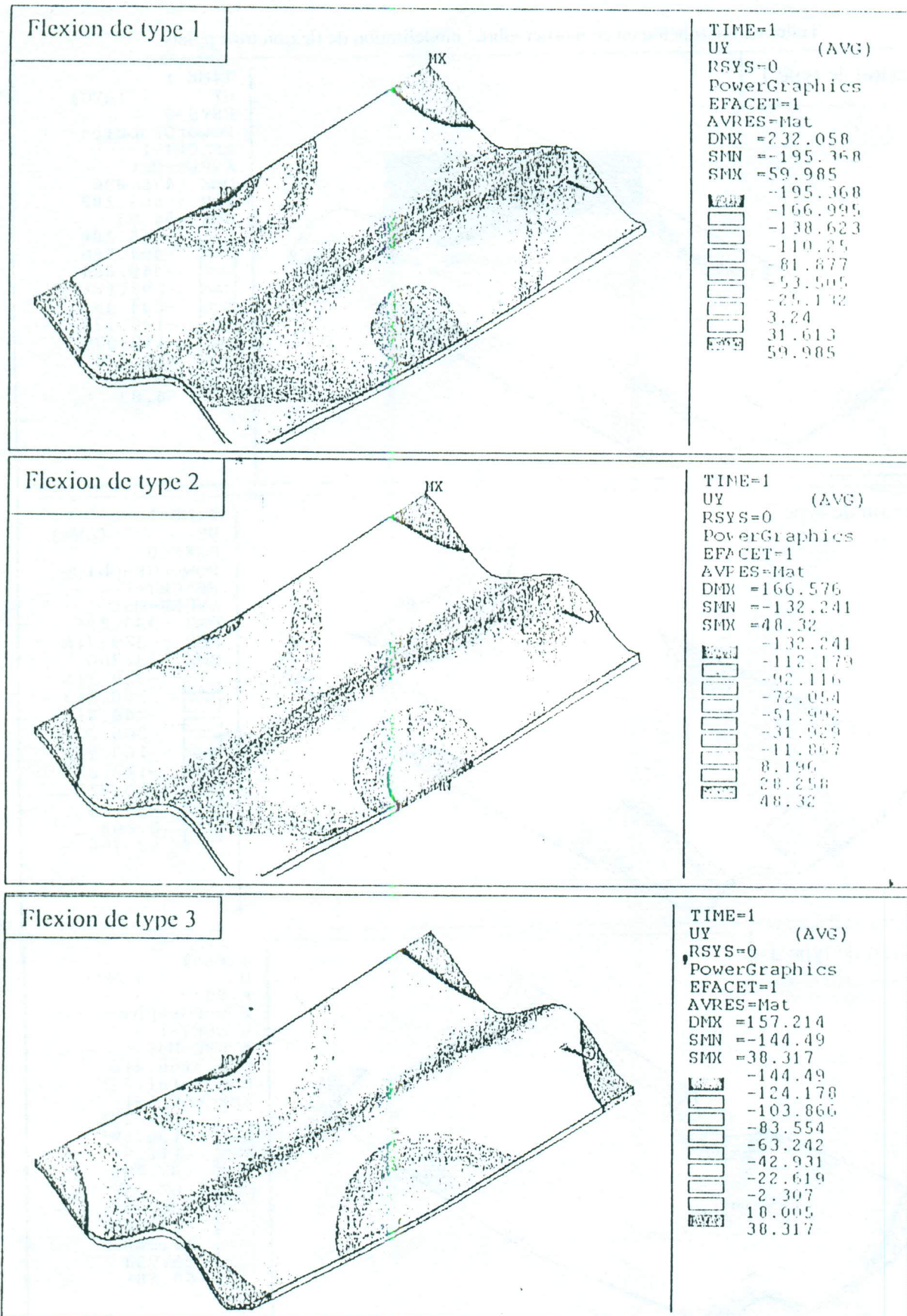


Figure 4.2 : Champs de déplacement d'une Flamande pour les trois types de flexion

L'évolution de la contrainte normale σ_{zz} est graphiquement représentée sur les courbes des figures 4.3 et 4.4.

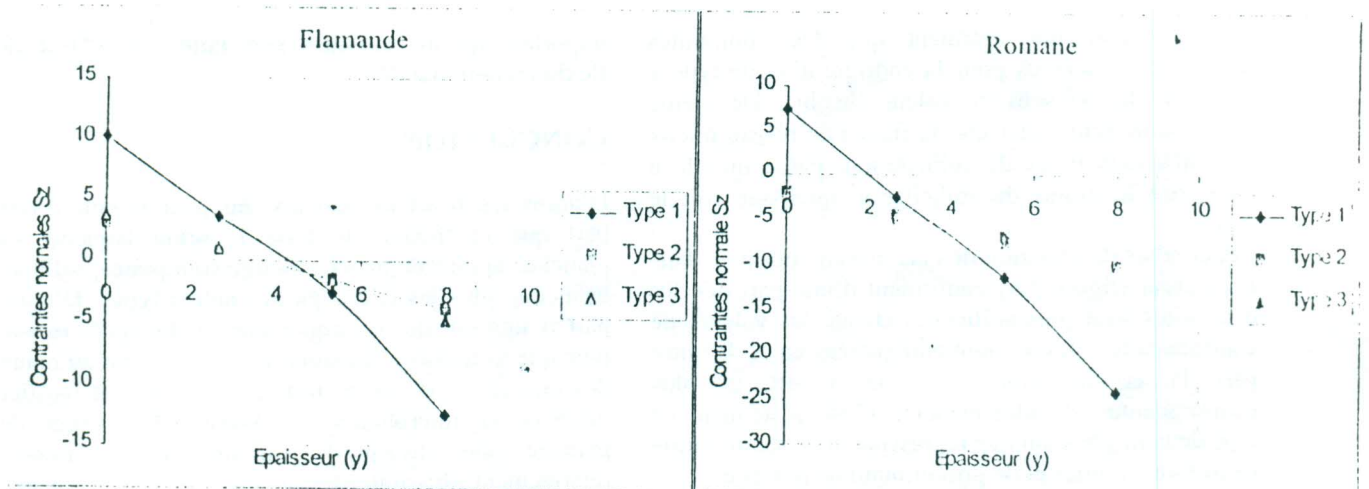
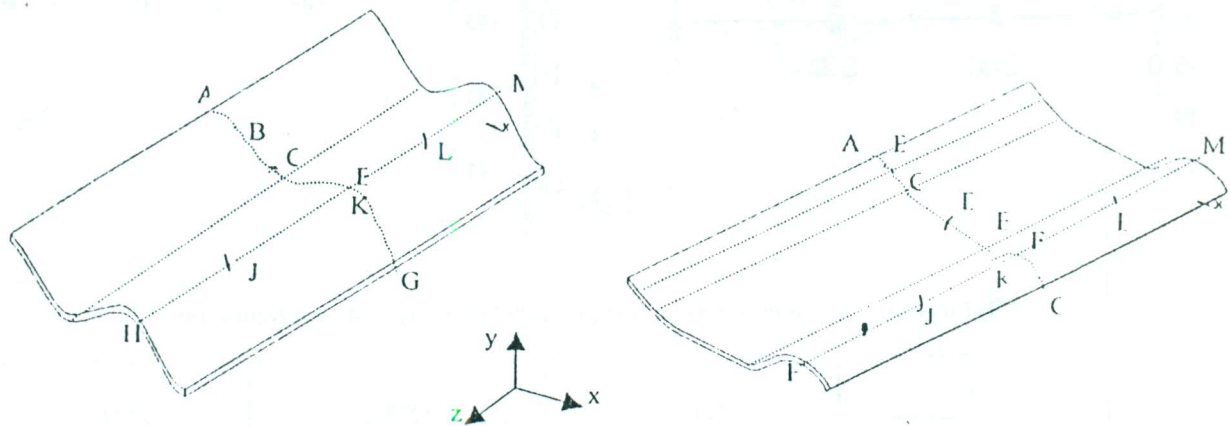


Figure 4.3 : Evolution de la contrainte σ_{zz} dans l'épaisseur en Λ

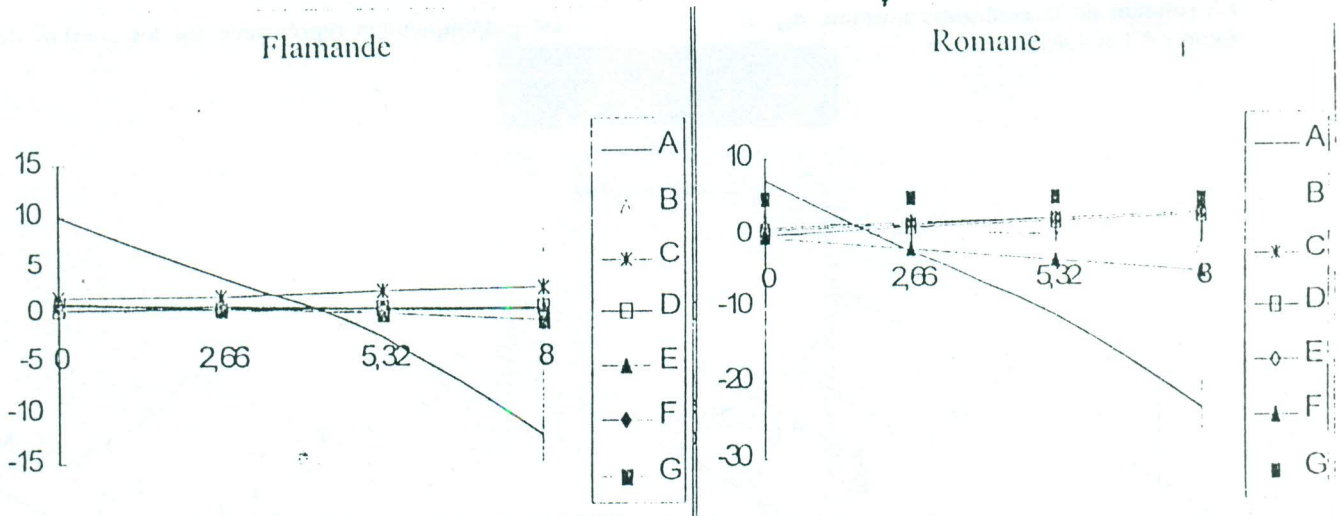


Tableau II : Contraintes normales σ_{zz} en fonction du type de configuration .

Flexion	Type 1	Type 2	Type 3
Contraintes normales Flamande (σ_{zz} en MPa)	-12,5	-5,31	-5,19
Contraintes normales Romane (σ_{zz} en MPa)	-23,92	-12,42	-10,86

On peut constater aisément que les contraintes maximales observées pour la configuration de type 1 sont les plus élevées en valeur absolue. De même force est de remarquer que la flamande résiste mieux aux différents types de sollicitation, parce qu'elle a enregistré le moins de sollicitation quel que soit le type.

Les courbes de variation de la contrainte normale dans l'épaisseur (figure 4.4) confirment d'une part que les extrémités sont plus sollicitées et que les valeurs de contraintes les élevées sont enregistrées en A. D'autre part la configuration du type 1 est la plus contraignante. Paradoxalement, c'est justement ce type de configuration que représente un système formé de toiture en tuiles et de poseur muni de planche.

Ainsi on peut constater qu'en réalité la sollicitation à laquelle sont soumises les tuiles sont plus de deux fois supérieure à celle de test de qualité. Ainsi il paraît

important qu'une révision soit faite sur le test de flexion recommandé.

CONCLUSION

D'après les résultats obtenus, on peut retenir d'une part que la flexion de type 1, selon laquelle les planches-appuis et planche-charge sont plates, sollicite beaucoup plus les tuiles que les autres types. D'autre part il importe de remarquer que la flamande résiste plus que la romane. En somme, vu le fait qu'au cours des interventions sur les toitures de tuiles en mortier vibré ou en microbéton, les ouvriers font usage de planche plate susceptible d'induire des contraintes relativement plus importantes que s'ils utilisaient une planche épousant la forme des tuiles, préconisée par les normes en vigueur [3] et [7] pour le test de flexion. Ainsi une réflexion sur les normes de contrôle de qualité serait d'une grande utilité. Par ce travail nous estimons contribuer à élucider les raisons de ces

casses, et de procurer aux institutions compétentes des éléments d'appréciation en vue d'une révision

éventuelle des normes relatives au test de contrôle à la flexion.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. ANSYS, Inc. 1992.- Ansys user's manual for revision 5. Edited by Peter KOHNKE, 4 : 2-171
2. BABI M., 1991.- *Eléments finis spécialisés pour l'analyse des interfaces*. Thèse doct., Université Claude Bernard, Lyon I.
3. DOCUMENT NORMATIF, 1997.- *Tuiles en mortier vibré*. Burkina Faso, pp. 15-44
4. IMBERT J.-F., 1984.- *Analyse des structures par éléments finis*. CEPADUES, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'espace, 2^e édition.
5. LEMAITRE J. et CHABOCHE J.-L., 1985.- *Mécanique des matériaux solides*, pp 135 : 139, Dunod, Paris France.
6. MANET V., 1998.- *Méthode d'analyse par éléments finis des contraintes aux interfaces des structures sandwich*. Thèse doct., Université Blaise Pascal, Clermont II.
7. SKAT BIT, 1992.- Manuel de production, Tuiles en fibro et vibro-mortier. *Outil*, 22 : 15-33.