Héviztermelő kút nyomásviszonyának elemzése

CODO FRANCOIS DE PAULE

ETO: 556.34.001.57

Héviztermelő kútra a kútfejnyomás-hozam összefüggés pontosabb matematikai modelljének meghatározása a csősúrlódási tényező pontosabb meghatározásától függ. A tanulmány olyan összefüggését mutat be a csősúrlódási tényező és a Reynolds-szám között, amelynek explicit alakja van és alkalmazható érdes csőre. Ez olyan összefüggés, amely nagyon rokon a Blasius-féle áramlási ellenállás-tényezővel.

Bevezetés

Egy héviztermelő kút jelleggörbéjén a kitermelt víz térfogatárama és a kútfejnyomás között fennálló függvénykapcsolat grafikus megjelenítését értjük. A felszálló termelési kútnál a leírt jelleggörbének és az arra kapcsolt csővezeték jelleggörbéjének a metszéspontja határozza meg a rendszer munkapontját. Ez egy igen lényeges üzemi jellemző, és fontos tudnunk minőségileg és mennyiségileg egyaránt, hogy milyen tényezőktől és milyen mértékben függ. A következőkben egy egyszerűen használható számítási eljárást mutatunk be a hévízkút jelleggörbéjének meghatározására.

Függőleges csővezetékben áramló összenyomhatatlan folyadék áramlási, súrlódási nyomásvesztesége a

$$\Delta p = \varrho \lambda \frac{v^2 \cdot H}{2d}$$

Weisbach-összefüggésből számítható, ahol H a kúttalp mélysége.

Ennek a pontos meghatározása nagymértékben a súrlódási tényezőtől (λ) függ. Az eddigi ismert alapösszefüggésekben implicit alakban szerepel a súrlódási tényező. Ahhoz, hogy a kútfejnyomás a hozam explicit függvényeként legyen kifejezhető, a csősúrlódási tényezőre egy közelítő explicit formulát kell származtatnunk.

Áramlás a hévíztermelő kútban

A hévíztermelő kútban kialakuló áramlás lényegében összenyomhatatlan közegben, időben állandó, egydimenziós hengerszimmetrikus, turbulens áramlás. Az *1. ábra* a megvizsgálandó rendszer termelőkútját és a hozzá kapcsolódó felszíni vezetékét mutatja. A függőleges tengelyű kút szimmetriatengelye egyben koordináta-rendszer z tengelye, amelynek origója a felszínen van, iránya lefelé mutat. Az áramló folyadék kinetikus energiamérlege *Bernoulli*-egyenlet szerint:

$$\frac{v_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\varrho g}-z_2=\frac{v_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\varrho g}-z_1+\frac{\Delta p}{\varrho g}. \qquad (1)$$

Feltételezzük, hogy a sebességek egyenlők, $v_1 \approx v_2$

$$\Delta p = \lambda \varrho \frac{v^2 \cdot H}{2d}; \quad H = z_2 - z_1$$

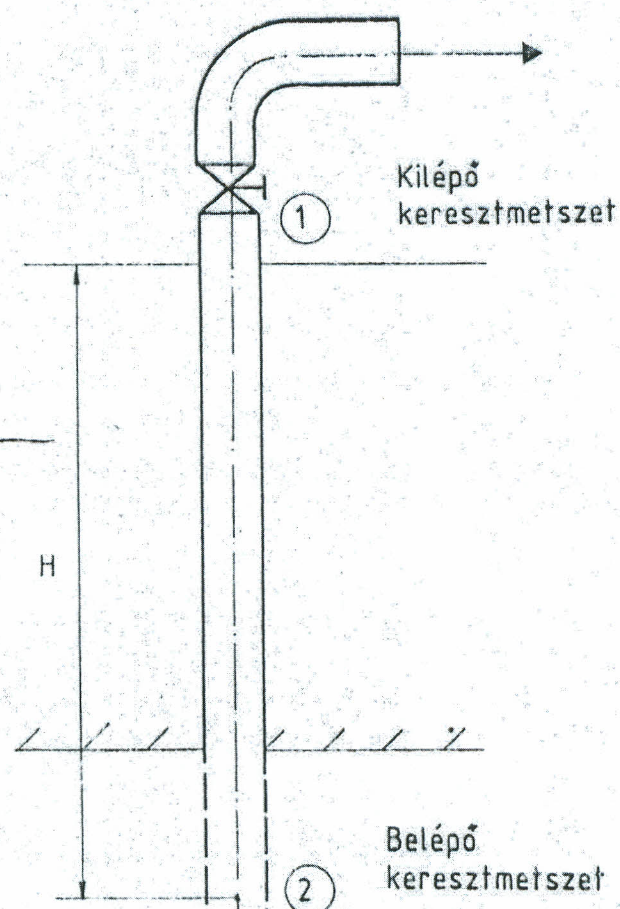
Egy hévízkút szokásos hozama 20—30 kg/s. Ez a 7″-es termelési béléscsőben 1,12 m/s, illetve 1,7 m/s, a 9 5/8″-es biztonsági béléscsőrakatban 0,525 m/s, illetve 0,79 m/s keresztmetszeti átlagsebességeket jelent. A kinetikus energia hosszúságdimenzióban kifejezett értékei rendre 0,065 m, 0,147 m, 0,014 m és 0,032 m. A kút átlagmélysége 2000 m. A veszteségmagasság körülbelül a

$$\lambda \frac{H}{d} = 0{,}03 \frac{2000}{0{,}16} = 375$$

szórzóval nagyobb, mint a kinetikus energia. Ezért a kinetikus energiák különbsége elhanyagolható

$$\left(\frac{v_1^2}{2} \approx \frac{v_2^2}{2} \quad \text{tehát} \quad \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \approx 0\right).$$

$$\frac{p_2}{\varrho g} = \frac{p_1}{\varrho g} + H + \frac{\Delta p}{\varrho g}$$



1. ábra

átrendezés után

$$p_1 = p_2 - \varrho g H - \lambda \varrho \frac{v^2 H}{2d}. \qquad (2)$$

Ha a tároló statikus nyomása érintetlen állapotban p_{st}, a kút tápterületének a sugara r_t, a réteg vastagsága h, a termelőcső sugara

$$r_w = \frac{dw}{2},$$

a permeabilitás k és a térfogatáram $q = \frac{v \cdot d^2 \cdot \pi}{4}$, akkor a kút beömlő keresztmetszetében uralkodó nyomás

$$p_2 = p_{st} - \frac{q\mu}{2\pi k h} \ln\left(\frac{r_t}{r_w}\right).$$

A (2) képletbe behelyettesítve azt kapjuk, hogy

$$p_1 = p_{st} - \varrho g H - \frac{q\mu}{2\pi k h} \ln\left(\frac{r_t}{r_w}\right) - \lambda g \frac{v^2 H}{2d}. \qquad (3)$$

A (3) egyenletbe történő behelyettesítéshez egy explicit formulára lenne szükség, mert a *Colebrook*-összefüggés alkalmazása az ismételt iteráció, az egyszerűség a közvetlen kifejezhetőség rovására menne. Ezért a Colebrook-összefüggésnek a szokásos relatív érdességtartományban ($k/D = 2 \cdot 10^{-4}$) adódó értékeit egy interpolációval előállított, a *Blasius*-formulával analóg képlettel közelítjük. A különbség abban van, hogy a Blasius-formula a hidraulikailag sima, az általam javasolt pedig az érdes cső átmeneti tartományában használható.

A csősúrlódási tényező (λ) és a Reynolds-szám (Re) közötti összefüggés meghatározása

A hévíztermelés áramlási jellege általában turbulens. Ez azt jelenti, hogy a kritikus Re-számnál nagyobb *Reynolds*-számoktól és a termelőcső relatív érdességétől, k/d-től függ a csősúrlódási tényező. Olyan matematikai összefüggéssel kifejezhető, amely

$$\lambda = \frac{A}{\mathrm{Re}^n} \quad \text{alakú, ahol} \quad A > 0 \; n > 0.$$

A Colebrook-összefüggést felhasználva, azaz

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg\left[\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3{,}72d}\right],$$

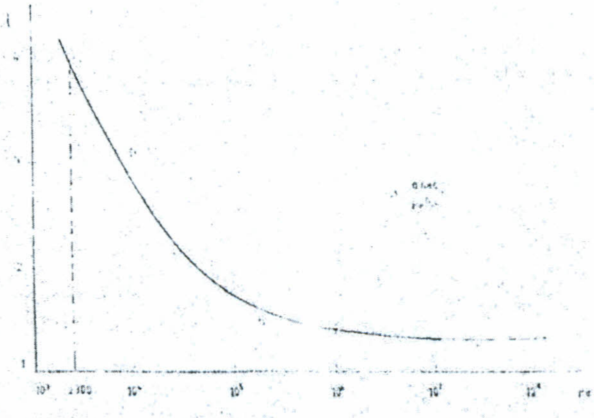
a teljes turbulens áramlásra vonatkozóan egy érdes acélcső esetében számolhatók a λ értékek különböző Re-szám függvényében.

Mint a *2. ábra* mutatja, a kapott függvény jellegéből adódóan a legkisebb négyzetek módszerével számíthatók az A és n tényezők. Eredményül: $A = 0{,}086$, $n = 0{,}2$, tehát

$$\lambda = \frac{0{,}086}{\mathrm{Re}^{0{,}2}}, \qquad (4)$$

továbbá

$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu}; \quad v = \frac{q}{A} = \frac{4q}{d^2 \pi}.$$



2. *ábra*
A súrlódási tényező és a Reynolds-szám közötti összefüggés ábrázolása

Behelyettesítve a *Reynolds*-számot $\mathrm{Re} = \frac{4q}{d \cdot \pi \cdot \nu}$ a (4) összefüggésbe, akkor

$$\lambda = \frac{0{,}086}{\mathrm{Re}^{0{,}2}} = 0{,}086 \left(\frac{\pi}{4}\right)^{0{,}2} \frac{d^{0{,}2} \cdot \nu^{0{,}2}}{q^{0{,}2}},$$

ahol d a termelőcső belső átmérője, m

q a kút vízhozama, m³/s

ν a víz kinematikai viszkozitása, m²/s.

Ha $d =$ áll. és $\nu =$ áll., akkor

$$\lambda = \frac{B}{q^{0{,}2}},$$

ahol

$$B = 0{,}086 \left(\frac{\pi}{4}\right)^{0{,}2} \cdot d^{0{,}2} \cdot \nu^{0{,}2}.$$

Behelyettesítve a kapott összefüggést a (2) képletben levő

$$\lambda \varrho \frac{H}{2d} v^2 \text{ tagba, akkor } \Delta p = \lambda \cdot \varrho \frac{H}{2d} v^2$$

$$\Delta p = 8{,}194 \cdot 10^{-2} \varrho \frac{d^{0{,}2} \cdot v^{0{,}2}}{q^{0{,}2}} \frac{H}{2d} \frac{16q^2}{d^4 \pi \varepsilon};$$

átalakítás után

$$\Delta p = 0{,}06642 \, \varrho \frac{H}{d^{4{,}8}} \cdot \nu^{0{,}2} \cdot q^{1{,}8} \qquad (5)$$

legyen

$$0{,}06642 \cdot \varrho \cdot \frac{H}{d^{4{,}8}} \cdot \nu^{0{,}2} = c.$$

Fentiek figyelembevételével a (3) összefüggés új alakja, azaz a hévíztermelő kút kútfején uralkodó p_1 nyomás az alábbiak szerint fejezhető ki:

$$p_1 = p_{st} - \varrho g H - \left[\frac{\mu}{2\pi k h} \ln\left(\frac{r_t}{r_w}\right)\right] \cdot q - c q^{1{,}8}.$$

Legyen

$$D = \frac{\eta}{2\pi k h} \ln\left(\frac{r_t}{r_w}\right),$$

akkor

$$p_1 = p_{st} - \varrho q H - D q - c q^{1{,}8}. \qquad (6)$$

A függvénykapcsolat jellegét mutatjuk be a következő példában. Vegyünk egy hipotetikus hévízkutat. Ennek adatai a következők:

a termelőcső belső átmérője $d_w = 0{,}16$ m
a kúttalp mélysége $H = 1800$ m
a víz kinematikai viszkozitása $\nu = 3 \cdot 10^{-}$ m²/s
a vízadó réteg vastagsága $h = 200$ m
a kút tápterületének sugara $r_t = 800$ m
a vízadó réteg permeabilitása $k = 10^{-12}$ m²
a víz dinamikai viszkozitása $\mu = 3 \cdot 10^{-4}$ Pa · s
a víz sűrűsége $\varrho = 980$ kg/m³
a statikus nyomás $p_{st} = 17{,}82$ MPa

Számítások

$$D = \frac{\mu}{2\pi k h} \ln\left(\frac{r_t}{r_w}\right)$$

$$D = 2{,}199 \cdot 10^{6} \frac{\mathrm{N \cdot s}}{\mathrm{m}^5}$$

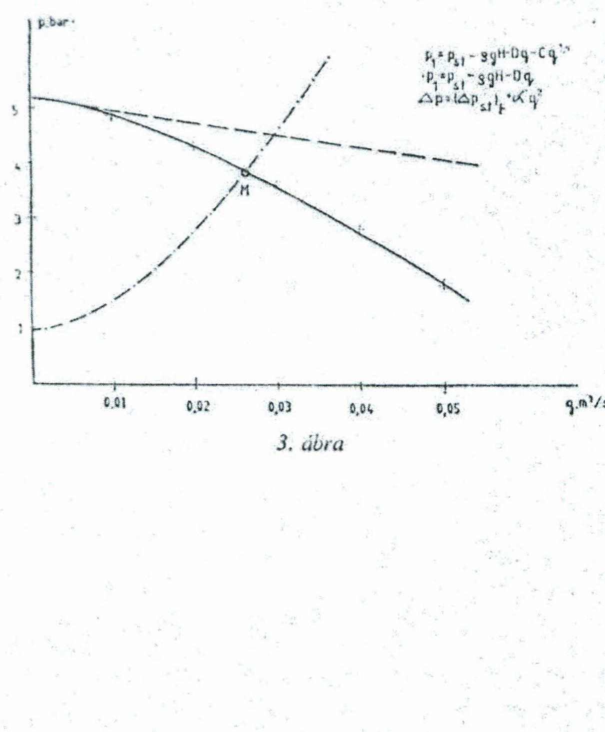
$$C = 0{,}06642 \cdot \varrho \cdot \frac{H}{d^{4,8}} \cdot \nu^{0,2}$$

$$C = 5{,}13 \cdot 10^{7} \frac{\mathrm{N \cdot s}}{\mathrm{m}^{7,4}}$$

$$p_1 = p_{st} - \varrho g H - 2{,}199 \cdot 10^{6} q - 5{,}13 \cdot 10^{7} q^{1,8}, \ \mathrm{Pa};$$

$$p_1 = 0{,}52 \cdot 10^{6} - 2{,}199 \cdot 10^{6} q - 5{,}13 \cdot 10^{7} q^{1,2}, \ \mathrm{Pa}.$$

Ennek az összefüggésnek a jelleggörbéjét a *3. ábra* mutatja.



3. ábra

Összefoglalás

A bemutatott hévíztermelő kút kútfejnyomás—hozam összefüggésének matematikai modellje az eddig ismert összefüggéseknél pontosabb. Ennek egy értékes, másutt is használható eleme, a *Blasius*-féle áramlási ellenállás-tényezővel rokon, de érdes csőre kidolgozott összefüggés.

IRODALOM

[1] *Bobok E.:* Áramlástan bányamérnököknek. Budapest, 1987.
[2] *Codo, F. de Paule:* Doktori értekezés. Miskolc, 1989.
[3] *Peaceman, W.:* Fundamentals of numerical reservoir simulation.

*

Ф. де Пол, Кодо, инж.-нефтяник: **Анализ условий давления в скважине термальной воды**

Получение более эгзактной математической модели зависимости давление на устье скважины-дебит для термальной скважины зависит от более точного определения коэффициента трения в трубе. Приводится зависимость коэффициента трения в трубе от числа Рейнольдса, имеющая явную форму и она может примещаться для труб с шереховатыми стенками. Кроме этого, она имеет тесное сходство с коэффициентом сопротивления течению Блазиуса.

Dipl.-Ing. *Codo Francois de Paule:* **Die Analyse der Druckverhältnisse von Thermalwasserbrunnen**

Die Bestimmung eines genaueren mathematischen Modells des Zusammenhanges zwischen Sondenkopfdruck und Ausbeute von Thermalwasserbrunnen hängt von einer genaueren Bestimmung des Reibungsfaktors ab. Die Studie bespricht einen solchen Zusammenhang zwischen dem Reibungsfaktor und der Reynoldssche Zahl, der eine explizite Form hat und der im Falle rauher Rohre verwendet werden kann. Das ist ein Zusammenhang, der mit der Strömungswiderstandszahl von Blasius sehr verwandt ist.

Codo Francois de Paule: Petroleum Eng.: **The analysis of pressure conditions of geothermal wells**

The determination of a more exact mathematical model of the relation between wellhead pressure and yield depends on a more exact determination of the pipe friction factor. The study describes a relation between the pipe friction factor and the Reynolds number which has an explicit form and can be applied to a rough pipe. This is a relation which is very similar to the flowing resistance factor of Blasius.